

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA AGRÍCOLA**

**ESTRUTURAS MISTAS EM CONCRETO E EM MADEIRA:  
ANÁLISE DE VIGAS E PAINÉIS E APLICAÇÕES NA  
CONSTRUÇÃO CIVIL**

**ENG. CIVIL JULIO SORIANO  
ORIENTADOR: PROF. Dr. NILSON TADEU MASCIA  
TESE DE DOUTORADO**

**Campinas SP, Brasil  
Julho de 2001**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA AGRÍCOLA**

**ESTRUTURAS MISTAS EM CONCRETO E EM MADEIRA:  
ANÁLISE DE VIGAS E PAINÉIS E APLICAÇÕES NA  
CONSTRUÇÃO CIVIL**

**Autor: Eng. Civil JULIO SORIANO**

**Orientador: Prof. Dr. NILSON TADEU MASCIA**

**Tese apresentada junto à Faculdade de Engenharia Agrícola como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Agrícola.**

**Área de concentração: Construções Rurais e Ambiência.**

**Campinas SP, Brasil  
Julho de 2001**

Banca Examinadora constituída pelos Professores Doutores Nilson Tadeu Mascia - Presidente (FEC/UNICAMP), Ângela do Valle (UFSC/Florianópolis), Eduardo Chahud (UFMG/Belo Horizonte), Aloísio Ernesto Assan (FEC/UNICAMP) e Maria Cecília Amorim Teixeira da Silva (FEC/UNICAMP).

**Aos meus pais  
Francisco (in memória)**  
**e Therezinha**

*“O que fazemos, comparado ao que podemos fazer,  
é como comparar as ondas da superfície  
do oceano, com sua profundidade”*  
Willian James

## **AGRADECIMENTOS**

Ao findar este trabalho, meus agradecimentos são dirigidos àqueles amigos e familiares que, direta ou indiretamente, prestaram os melhores incentivos na concretização do presente.

Em especial ao Professor Dr. Nilson Tadeu Mascia pela orientação, amizade e constante dedicação;

À Faculdade de Engenharia Agrícola pelas oportunidades de realizações deste doutoramento e dos estágios de capacitação docente;

Aos amigos Professores Doutores Carlito Calil Júnior, Raquel Gonçalves, Gilson Battiston Fernandes, Mauro Augusto Demarzo, Aloísio Ernesto Assan, Maria Cecília Amorim Teixeira da Silva, Ângela do Valle e Eduardo Chahud, por seus incentivos e sugestões de suma importância;

À CAPES pela concessão da bolsa de doutorado;

À FAPESP pelo suporte financeiro para a aquisição de materiais e equipamentos;

À metalúrgica MORLAN pela doação de uma parte do material usado nos experimentos;

Ao mestrando Elias Antonio Nicolas pelo auxílio na confecção dos modelos ensaiados;

À dedicação e amizade dos funcionários da Coordenadoria de Pós-Graduação Ana Paula, Marta e Rosângela;

À Faculdade de Engenharia Civil pela estrutura oferecida e pela realização dos ensaios;

Aos técnicos das Faculdades de Engenharia Agrícola e Engenharia Civil pela amizade e colaboração;

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>xii</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>xvii</b>
<b>NOMENCLATURA.....</b>	<b>xix</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>xxiii</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>xxiv</b>
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1 Generalidades.....	1
1.2 Abordagem e Breve Histórico dos Materiais.....	3
1.2.1 Madeira .....	3
1.2.2 Concreto .....	5
1.2.3 Aço .....	5
1.2.4 Racionalização .....	6
1.3 Horizontes para as Aplicações das Estruturas Mistas em Concreto-madeira	9
1.3.1 Bueiros .....	9
1.3.2 Passarelas em Madeira (pinguelas) .....	11
1.3.3 Pontes de Madeira de Estradas e de Propriedades Rurais .....	13
1.3.4 Edificações Novas e Restaurações .....	15
1.4 Objetivos da pesquisa.....	16
<b>2 RE[*1]VISÃO</b>	<b>17</b>
<b>BIBLIOGRÁFICA.....</b>	
2.1 Introdução.....	17
2.2 Algumas Vantagens das Estruturas Mistas sobre as Convencionais .....	21

2.3	Algumas Aplicações de Elementos Estruturais com Seção Mista .....	25
2.4	Sistemas de Conexão .....	26
2.5	Comportamento e Eficiência Mecânica dos Conectores .....	34
2.6	Módulo de Deslizamento de uma Ligação.....	37
2.6.1	Caracterização Experimental do Módulo de Deslizamento das Ligações .....	38
2.6.2	Expressões para Estimativa do Módulo de Deslizamento.....	45
2.7.	Modelos para Análise de Vigas Compostas.....	47
2.7.1	Método de Cálculo para Estruturas Mistas em Concreto-madeira com base no Princípio de Equações de Equilíbrio.....	47
2.7.2	Método de Cálculo para Estruturas Mistas em Aço-concreto com base no Princípio de Equações de Equilíbrio.....	53
2.7.3	Método de Cálculo para Estruturas Mistas em Aço-concreto Considerando Efeitos Dependentes do Tempo.....	57
2.7.4	Métodos de Cálculo para Estruturas Compostas de Madeira.....	58
2.7.5	Método de Cálculo para Estruturas Compostas de Madeira, Abordando o Princípio da Energia.....	61
2.7.6	Método de Cálculo para Estruturas Mistas em Concreto-madeira Através do Método dos Elementos Finitos.....	67
2.8	Comportamento Mecânico e Capacidade de Resistência das Conexões.....	67
2.9	Considerações sobre os Efeitos Dependentes do Tempo e do Ambiente .....	78
2.10	Rigidez Efetiva de uma Seção Composta .....	82
2.11	Recomendações para Projeto e Execução de Estruturas Mistas .....	83
3	MÉTODO DE DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS MISTAS .....	87
3.1	Método da Seção Transformada .....	87
3.2	Determinação dos Esforços internos e Deslocamento Vertical da Estrutura	91
3.2.1	Método por Meio das Equações Diferenciais .....	91
3.2.2	Método dos Elementos Finitos .....	91
3.2.3	Método de Cálculo Adaptado da Norma DIN 1052/73 .....	92



3.2.4	Método de Cálculo Adaptado da Norma EUROCODE 5/93.....	95
3.3	Verificação dos Deslocamentos Verticais .....	98
3.4	Dimensionamento da Estrutura .....	99
3.4.1	Verificação da Madeira .....	100
3.4.2	Verificação do Concreto .....	102
3.4.3	Verificação dos Conectores .....	106
4	<b>METODOLOGIA DE PESQUISA E DESCRIÇÃO DAS ESTRUTURAS ENSAIADAS .....</b>	<b>109</b>
4.1	Ensaio Preliminar.....	110
4.2	Primeira Série de Estruturas do Programa Experimental.....	111
4.2.1	Corpos-de-prova para a Determinação do Módulo de Deslizamento.....	115
4.2.2	Caracterização das Propriedades da madeira .....	117
4.2.3	Resistência à Compressão do Concreto.....	118
4.2.4	Módulo de Deformação Longitudinal do Concreto.....	119
4.2.5	Módulo de Deslizamento dos Sistemas de Ligações.....	119
4.3	Segunda Série de Estruturas Ensaaiadas.....	122
4.3.1	Caracterização dos Materiais Utilizados.....	122
4.3.2	Caracterização do Módulo de Deslizamento das Ligações .....	123
4.4	Vigas da Segunda Série de Ensaaios: VPR, VP3/8 e VP1/2.....	125
4.5	Descrição dos Painéis PPR, PP3/8 e PP1/2.....	128
4.6	Descrição do Pannel PRED.....	132
4.7	Modelagem das Estruturas Mistas.....	134
4.7.1	Modelagem através de Equações Diferenciais .....	135
4.7.2	Modelagem Através de Método dos Elementos Finitos: Utilização do Programa SAP2000® .....	136
4.7.2.1	Deslocamentos Verticais Previstos Através do Programa SAP2000 .....	140
4.7.2.2	Tensões e Deformações Através do Programa SAP2000.....	141

<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>143</b>
<b>5.1</b>	<b>Análise dos Deslocamentos Verticais para a Primeira Série de Estruturas...</b>	<b>143</b>
<b>5.1.1</b>	<b>Comparação entre os Resultados Experimentais e Teóricos das Vigas.....</b>	<b>144</b>
<b>5.1.1.1</b>	<b>Vigas do Grupo de Pregos 22 x 48 em zig-zag.....</b>	<b>145</b>
<b>5.1.1.2</b>	<b>Vigas do Grupo de Pregos 22 x 48 Alinhados.....</b>	<b>146</b>
<b>5.1.1.3</b>	<b>Vigas do Grupo de Ligação por Epoxi.....</b>	<b>147</b>
<b>5.1.1.4</b>	<b>Vigas do Grupo Sistema de Ligação Ausente.....</b>	<b>148</b>
<b>5.1.2</b>	<b>Comparação dos Resultados Experimentais.....</b>	<b>149</b>
<b>5.2</b>	<b>Análise dos Deslocamentos Verticais para Segunda Série de Estruturas.....</b>	<b>150</b>
<b>5.2.1</b>	<b>Vigas VPR1, VPR2, VP3/8-1, VP3/8-2, VP/2-1, VP/2-2.....</b>	<b>151</b>
<b>5.2.2</b>	<b>Análise dos Resultados dos Painéis PPR, PP3/8 e PP1/2.....</b>	<b>159</b>
<b>5.2.3</b>	<b>Análise dos Resultados do Painel PRED.....</b>	<b>164</b>
<b>6</b>	<b>SOLICITAÇÕES INTERNAS NAS VIGAS E NOS PAINÉIS .....</b>	<b>167</b>
<b>6.1</b>	<b>Avaliação dos Valores Teóricos e Experimentais das Deformações .....</b>	<b>188</b>
<b>7</b>	<b>DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÃO DE ESTRUTURAS MISTAS</b>	
	<b>ENSAIADAS.....</b>	<b>189</b>
<b>7.1</b>	<b>Dimensionamento da Viga VPR nas Condições de Projeto.....</b>	<b>189</b>
<b>7.1.1</b>	<b>Características dos Materiais.....</b>	<b>190</b>
<b>7.1.2</b>	<b>Ações e Parâmetros de Cálculo.....</b>	<b>191</b>
<b>7.1.3</b>	<b>Estados Limites Últimos.....</b>	<b>192</b>
<b>7.1.3.1</b>	<b>Determinação da Máxima Carga Concentrada a ser Aplicada na Viga.....</b>	<b>194</b>
<b>7.1.4</b>	<b>Estados Limites de Utilização.....</b>	<b>196</b>
<b>7.1.5</b>	<b>Verificação dos Resultados para uma Viga em Madeira (5 cm x 15 cm) .....</b>	<b>196</b>
<b>7.1.5.1</b>	<b>Estados Limites de Utilização.....</b>	<b>197</b>

<b>7.1.5.2</b>	<b>Estados Limite Últimos.....</b>	<b>197</b>
<b>7.2</b>	<b>Dimensionamento do Pannel PPR para as Condições de Projeto.....</b>	<b>198</b>
<b>7.3</b>	<b>Comentários sobre o Dimensionamento e Resultados de ensaio .....</b>	<b>201</b>
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS SOBRE ESTRUTURAS MISTAS .....</b>	<b>205</b>
<b>9</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>209</b>
<b>10</b>	<b>BIBLIOGRAFIA CONSULTADA .....</b>	<b>217</b>
	<b>ANEXOS.....</b>	<b>227</b>
	<b>ANEXO A : CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES DA MADEIRA CONCRETO.....</b>	<b>229</b>
	<b>ANEXO B : MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO PARA A REPRESENTAÇÃO DAS ESTRUTURAS ENSAIADAS.....</b>	<b>235</b>
	<b>ANEXO C : UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE MATHEMATICA NA RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS.....</b>	<b>243</b>
	<b>ANEXO D : VERIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS PARA AS CONDIÇÕES DE LABORATÓRIO.....</b>	<b>249</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>1.01 Detalhe de seções mistas em concreto-madeira.....</b>	<b>7</b>
<b>1.02 Detalhe de seção mista em concreto-aço.....</b>	<b>8</b>
<b>1.03 Detalhe de seção mista em aço-madeira.....</b>	<b>8</b>
<b>1.04 Deposição de lixo e redução da seção do tubo de concreto.....</b>	<b>10</b>
<b>1.05 Deslizamento da vegetação de proteção do talude .....</b>	<b>10</b>
<b>1.06 Vista geral da passarela em madeira .....</b>	<b>11</b>
<b>1.07 Vista do tabuleiro da passarela .....</b>	<b>12</b>
<b>1.08 Ponte em madeira com camada de solo sobre o tabuleiro.....</b>	<b>13</b>
<b>1.09 Vista sobre o tabuleiro da ponte de madeira.....</b>	<b>14</b>
<b>1.10 Vista de teto em madeira e placas de micro-concreto .....</b>	<b>15</b>
<b>2.01 Aplicação de estrutura mista em concreto-madeira.....</b>	<b>18</b>
<b>2.02 Pontes executadas em concreto-madeira no Oregon (EUA) .....</b>	<b>19</b>
<b>2.03 Construção de ponte em concreto-madeira na Austrália.....</b>	<b>20</b>
<b>2.04 Vista inferior de ponte em concreto-madeira na Austrália.....</b>	<b>20</b>
<b>2.05 Ponte em concreto-madeira na Finlândia.....</b>	<b>21</b>
<b>2.06 Peso próprio x vão para pisos.....</b>	<b>24</b>
<b>2.07 Sistemas de conectores.....</b>	<b>29</b>
<b>2.08 Deslocamentos verticais de uma viga mista.....</b>	<b>31</b>
<b>2.09 Fissuras de tração induzidas por força concentrada no concreto.....</b>	<b>32</b>
<b>2.10 Solicitações em viga mista concreto-aço.....</b>	<b>33</b>
<b>2.11 Curvas obtidas através de resultados experimentais carga x deslizamento</b>	<b>35</b>
<b>2.12 Carga x flecha de viga com interação parcial.....</b>	<b>36</b>
<b>2.13 Representação do módulo de deslizamento.....</b>	<b>38</b>

<b>2.14 Detalhamento de corpo-de-prova concreto-aço.....</b>	<b>40</b>
<b>2.15 Um possível arranjo para determinar o comportamento.....</b>	<b>40</b>
<b>2.16 Disposição dos parafusos em exemplares.....</b>	<b>41</b>
<b>2.17 Dimensões dos corpos de prova.....</b>	<b>42</b>
<b>2.18 Corpo-de-prova de cisalhamento de ligação.....</b>	<b>43</b>
<b>2.19 Corpo-de-prova seção caixão.....</b>	<b>43</b>
<b>2.20 Procedimento de carregamento para testes (ISSO 6891/83).....</b>	<b>45</b>
<b>2.21 Procedimento de carregamento para testes (NBR 7190/97).....</b>	<b>45</b>
<b>2.22 Ações e reações em viga mista concreto-madeira.....</b>	<b>48</b>
<b>2.23 Vistas laterais de um elemento infinitesimal.....</b>	<b>49</b>
<b>2.24 Viga T composta com interação parcial.....</b>	<b>54</b>
<b>2.25 Nomenclatura para viga composta.....</b>	<b>59</b>
<b>2.26 Modelo da elástica para estimativa do deslizamento.....</b>	<b>59</b>
<b>2.27 Ligação entre dois elementos de madeira.....</b>	<b>61</b>
<b>2.28 Geometria da deformação da viga.....</b>	<b>62</b>
<b>2.29 Relação deslocamento-deslizamento.....</b>	<b>65</b>
<b>2.30 Parâmetros de ajuste para força <math>x</math> deslizamento.....</b>	<b>66</b>
<b>2.31 Trajetória das tensões principais em uma chapa solicitada por uma carga</b>	<b>70</b>
<b>2.32 Pino embutido no concreto.....</b>	<b>71</b>
<b>2.33 Arranjo dos conectores.....</b>	<b>75</b>
<b>3.01 Método da seção transformada para dois materiais.....</b>	<b>89</b>
<b>3.02 Deformações e tensões sobre a seção real.....</b>	<b>90</b>
<b>3.03 Deformações e tensões sobre a seção transformada.....</b>	<b>90</b>
<b>3.04 Seção da viga mista em concreto-madeira.....</b>	<b>92</b>
<b>3.05 Representação da seção T e tensões.....</b>	<b>96</b>
<b>3.06 Estados limites últimos de ruína.....</b>	<b>103</b>
<b>3.07 Diagramas deformação.....</b>	<b>104</b>
<b>3.08 Seção transversal de uma viga.....</b>	<b>105</b>
<b>4.01 viga T concreto madeira – fase preliminar.....</b>	<b>110</b>
<b>4.02 Detalhe de instalação dos conectores.....</b>	<b>110</b>
<b>4.03 Dimensões das vigas.....</b>	<b>112</b>

<b>4.04 Construção das vigas.....</b>	<b>113</b>
<b>4.05 Falha no sistema de ligação por epoxi.....</b>	<b>114</b>
<b>4.06 Detalhes de instrumentação das vigas.....</b>	<b>115</b>
<b>4.07 Dimensões dos corpos-de-prova das ligações.....</b>	<b>115</b>
<b>4.08 Concretagem dos corpos-de-prova das ligações.....</b>	<b>116</b>
<b>4.09 Detalhe das bases de medida em corpos-de-prova de cisalhamento.....</b>	<b>117</b>
<b>4.10 Curvas força x deslizamento.....</b>	<b>121</b>
<b>4.11 Detalhes do corpo-de-prova.....</b>	<b>123</b>
<b>4.12 Detalhe dos conectores flexíveis.....</b>	<b>124</b>
<b>4.13 Detalhamento e esquema de carregamento das vigas.....</b>	<b>126</b>
<b>4.14 Detalhes das vigas.....</b>	<b>126</b>
<b>4.15 Instrumentação das vigas.....</b>	<b>127</b>
<b>4.16 Detalhes da instrumentação das vigas.....</b>	<b>128</b>
<b>4.17 Detalhamento dos painéis.....</b>	<b>129</b>
<b>4.18 Detalhes dos painéis.....</b>	<b>130</b>
<b>4.19 Detalhes de instrumentação dos painéis.....</b>	<b>131</b>
<b>4.20 Detalhamento da instrumentação dos painéis.....</b>	<b>131</b>
<b>4.21 Detalhamento do painel PRED.....</b>	<b>133</b>
<b>4.22 Instrumentação do painel PRED.....</b>	<b>133</b>
<b>4.23 Detalhes do painel PRED.....</b>	<b>134</b>
<b>4.24 Estrutura simplesmente apoiada.....</b>	<b>135</b>
<b>4.25 Detalhe da representação dos conectores metálicos.....</b>	<b>138</b>
<b>4.26 Representação de uma viga em concreto-madeira.....</b>	<b>139</b>
<b>4.27 Representação de um painel em concreto-madeira.....</b>	<b>139</b>
<b>4.28 Tensões na viga VPR.....</b>	<b>142</b>
<b>4.29 Tensões no painel PPR.....</b>	<b>142</b>
<b>5.01 Deslocamentos verticais no meio do vão (pregos zig-zag) .....</b>	<b>145</b>
<b>5.02 Deslocamentos verticais no meio do vão (pregos alinhados) .....</b>	<b>146</b>
<b>5.03 Deslocamentos verticais no meio do vão (adesivo epoxi) .....</b>	<b>147</b>
<b>5.04 Deslocamentos verticais no meio do vão (ligação ausente) .....</b>	<b>148</b>
<b>5.05 Deslocamentos verticais experimentais.....</b>	<b>149</b>

<b>5.06 Deslocamentos verticais VPR.....</b>	<b>152</b>
<b>5.07 Deslocamentos verticais VP3/8” .....</b>	<b>152</b>
<b>5.08 Deslocamentos verticais VP1/2” .....</b>	<b>153</b>
<b>5.09 Deslocamentos verticais teóricos.....</b>	<b>156</b>
<b>5.10 Deslocamentos verticais experimentais.....</b>	<b>157</b>
<b>5.11 Deslizamento mesa-alma VP1/2-1.....</b>	<b>158</b>
<b>5.12 Deformações registradas para a viga VPR2.....</b>	<b>159</b>
<b>5.13 Deslocamentos verticais experimentais.....</b>	<b>160</b>
<b>5.14 Detalhe de ruptura de painéis e fissura na laje.....</b>	<b>161</b>
<b>5.15 Deslocamentos verticais PPR.....</b>	<b>162</b>
<b>5.16 Deslocamentos verticais PP3/8.....</b>	<b>163</b>
<b>5.17 Deslocamentos verticais PP1/2.....</b>	<b>163</b>
<b>5.18 Deslocamentos verticais PRED.....</b>	<b>164</b>
<b>5.19 Detalhe da fissura longitudinal da laje do painel PRED.....</b>	<b>165</b>
<b>6.01 Pontos de resultados analisados.....</b>	<b>168</b>
<b>6.02 Diagramas de deformação VPR.....</b>	<b>169</b>
<b>6.03 Diagramas de deformação VPR.....</b>	<b>170</b>
<b>6.04 Diagramas de deformação VPR.....</b>	<b>171</b>
<b>6.05 Diagramas de deformação VP3/8.....</b>	<b>172</b>
<b>6.06 Diagramas de deformação VP1/2.....</b>	<b>173</b>
<b>6.07 Diagramas de deformação VPR2.....</b>	<b>175</b>
<b>6.08 Diagramas de deformação VP3/8-2.....</b>	<b>177</b>
<b>6.09 Diagramas de deformação VP1/2-2.....</b>	<b>179</b>
<b>6.10 Diagramas de deformação PPR.....</b>	<b>181</b>
<b>6.11 Diagramas de deformação PP3/8.....</b>	<b>183</b>
<b>6.12 Diagramas de deformação PP1/2.....</b>	<b>185</b>
<b>6.13 Diagramas de deformação PRED.....</b>	<b>187</b>
<b>7.01 Detalhes da viga VPR.....</b>	<b>189</b>
<b>7.02 Esquema estático da VPR.....</b>	<b>191</b>
<b>7.03 Diagrama de tensões.....</b>	<b>193</b>
<b>7.04 Posição da linha neutra no elemento de concreto.....</b>	<b>194</b>

<b>7.05 Esquema estático da viga de madeira.....</b>	<b>197</b>
<b>7.06 Representação da largura efetiva da laje.....</b>	<b>198</b>
<b>7.07 Diagrama de tensões.....</b>	<b>200</b>



## LISTA DE TABELAS

<b>2.01 Preço unitário Pini de estruturas de concreto armado.....</b>	<b>22</b>
<b>2.02 Resistência nominal de pinos com cabeça BS 5400/79.....</b>	<b>74</b>
<b>2.03 Valores do coeficiente <math>K_{def}</math>.....</b>	<b>85</b>
<b>3.01 Coeficiente de minoração para carregamentos de longa duração.....</b>	<b>102</b>
<b>3.02 Resistências características CEB-FIP.....</b>	<b>108</b>
<b>4.01 Tipos de conexão.....</b>	<b>112</b>
<b>4.02 Corpos-de-prova para o módulo de deslizamento.....</b>	<b>116</b>
<b>4.03 Umidade da madeira.....</b>	<b>117</b>
<b>4.04 Resistência à compressão.....</b>	<b>118</b>
<b>4.05 Correção da resistência para a umidade padrão.....</b>	<b>118</b>
<b>4.06 Módulo de elasticidade.....</b>	<b>118</b>
<b>4.07 Ruptura à compressão do concreto.....</b>	<b>118</b>
<b>4.08 Módulo de deslizamento dos sistemas de ligações.....</b>	<b>120</b>
<b>4.09 Módulo de deslizamento por unidade de comprimento.....</b>	<b>122</b>
<b>4.10 Caracterização do concreto.....</b>	<b>122</b>
<b>4.11 Caracterização das duas séries de madeira.....</b>	<b>123</b>
<b>4.12 Características dos conectores.....</b>	<b>124</b>
<b>4.13 Módulo de deslizamento 2ª série de ensaio.....</b>	<b>125</b>
<b>4.14 Resumo das vigas ensaiadas.....</b>	<b>127</b>
<b>4.15 Detalhes dos painéis.....</b>	<b>129</b>
<b>4.16 Detalhes do painel PRED.....</b>	<b>132</b>
<b>4.17 Condições de contorno.....</b>	<b>136</b>
<b>5.01 Deslocamentos verticais teóricos.....</b>	<b>144</b>
<b>5.02 Deslocamentos verticais experimentais.....</b>	<b>150</b>

<b>5.03 Redução da rigidez das vigas.....</b>	<b>156</b>
<b>5.04 Seções de cada sistema de conexão.....</b>	<b>158</b>
<b>5.05 Cargas de ruptura dos painéis.....</b>	<b>160</b>
<b>6.01 Esforços internos na viga VPR (EUROCODE 5/93) .....</b>	<b>169</b>
<b>6.02 Esforços internos na viga VPR (Equações diferenciais) .....</b>	<b>171</b>
<b>6.03 Esforços internos na viga V3/8 (EUROCODE 5/93) .....</b>	<b>172</b>
<b>6.04 Esforços internos na viga VP1/2 (EUROCODE 5/93) .....</b>	<b>173</b>
<b>6.05 Tensão e deformação VPR (SAP2000) .....</b>	<b>174</b>
<b>6.06 Tensão e deformação VP3/8 (SAP2000) .....</b>	<b>176</b>
<b>6.07 Tensão e deformação VP1/2 (SAP2000) .....</b>	<b>178</b>
<b>6.08 Tensão e deformação PPR (SAP2000) .....</b>	<b>180</b>
<b>6.09 Tensão e deformação PP3/8 (SAP2000) .....</b>	<b>182</b>
<b>6.10 Tensão e deformação PP1/2 (SAP2000) .....</b>	<b>184</b>
<b>6.11 Tensão e deformação PRED (SAP2000) .....</b>	<b>186</b>
<b>7.01 Parâmetros das etapas de cálculo (VPR) .....</b>	<b>192</b>
<b>7.02 Esforços internos na estrutura (VPR-E.L.U) .....</b>	<b>193</b>
<b>7.03 Propriedades dos materiais.....</b>	<b>199</b>
<b>7.04 Resumo dos valores das etapas de cálculo (PPR) .....</b>	<b>199</b>
<b>7.05 Resumo dos esforços internos na estrutura (PPR-E.L.U) .....</b>	<b>200</b>
<b>7.06 Identificação da carga limite.....</b>	<b>200</b>
<b>7.07 Cargas de ensaio e cargas previstas no dimensionamento.....</b>	<b>202</b>

## NOMENCLATURA

### *letras romanas*

$a$  = distância do c.g. de um elemento até o c.g. da seção mista.

$b$  = largura de uma peça;

$b_c$  = largura da peça de concreto;

$b_w$  = largura da peça de madeira;

$d$  = altura útil;

$f_c$  = resistência à compressão do concreto;

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto;

$f_{cc}$  = resistência cúbica característica à compressão do concreto;

$f_t$  = tensão última de tração do concreto;

$f_r$  = tensão de tração lateral;

$f_y$  = tensão de escoamento do conector;

$f_{c0}$  = resistência à compressão paralela às fibras da madeira;

$f_{e0}$  = resistência de embutimento paralela às fibras da madeira;

$f_{t0}$  = resistência à tração paralela às fibras da madeira;

$f_{v0}$  = resistência de embutimento paralelo às fibras da madeira;

$f_{w,k}$  = resistência característica da madeira;

$h$  = altura de uma peça;

$h_a$  = altura do conector;

$h_c$  = altura da peça de concreto;

$h_w$  = altura da peça de madeira;

$k$  = coeficiente de equação; módulo elástico de fundação;

$k_{mod}$  = coeficiente de modificação para a madeira;

$l$  = vão entre apoios;  
 $l_f$  = distância entre descontinuidades;  
 $n_c$  = razão modular do concreto;  
 $p$  = força por unidade de comprimento;  
 $q$  = carregamento distribuído;  
 $r$  = distância entre os baricentros da mesa e da alma;  
 $s$  = espaçamento dos conectores;  
 $t$  = espessura convencional da madeira;  
 $u$  = deslocamento axial;  
 $w$  = deslocamento vertical;  
 $y$  = equação da elástica da viga;  
 $y_c$  = fator parcial para concreto;  
 $y_w$  = fator parcial para madeira;  
 $z$  = braço de alavanca para o binário;  
 $A_s$  = seção transversal do conector;  
 $A_c$  = seção transversal de concreto;  
 $A_w$  = seção transversal de madeira;  
 $E$  = módulo de deformação longitudinal;  
 $E_c$  = módulo de deformação longitudinal do concreto;  
 $E_w$  = módulo de elasticidade da madeira;  
 $E_s$  = módulo de elasticidade do pino de aço;  
 $E_{ef}$  = módulo de deformação longitudinal efetivo;  
 $EI$  = produto de rigidez;  
 $F$  = força axial interna;  
 $F_{rd}$  = força de esmagamento do concreto;  
 $H$  = carga axial aplicada à mesa;  
 $I$  = momento de inércia;  
 $I_{ef}$  = momento de inércia efetivo devido ao deslizamento da ligação;  
 $I_{th}$  = momento de inércia teórico;  
 $I_w$  = momento de inércia da seção de madeira;  
 $I_c$  = momento de inércia da seção de concreto;

$J$  = função de fluência;  
 $K$  = módulo de deslizamento da ligação;  
 $K_{def}$  = coeficiente para o módulo de deformação longitudinal;  
 $K_{ser}$  = módulo de deslizamento para o E.L.Ut.  
 $K_u$  = módulo de deslizamento para os E.L.U.  
 $K_x$  = razão entre a linha neutra e altura útil;  
 $M_b$  = momento fletor interno na mesa;  
 $M_d$  = momento fletor interno na alma;  
 $M_d$  = momento de escoamento de um conector;  
 $N_b, N_c$  = força horizontal interna na mesa;  
 $N_d, N_w$  = força horizontal interna na alma;  
 $P$  = carga concentrada;  
 $P_s$  = força de fendilhamento local no concreto;  
 $P_u$  = capacidade resistente de pino embutido no concreto;  
 $Q$  = fator de altura equivalente;  
 $Q_u$  = resistência da conexão;  
 $R$  = reação de apoio; fator de redução;  
 $R_1$  = força por conector;  
 $R_c$  = resultante de compressão no concreto;  
 $R_s$  = resultante de tração no aço;  
 $R_{vd,1}$  = força por conector;  
 $S$  = momento estático de uma seção;  
 $T_b$  = força cortante na mesa;  
 $T_d$  = força cortante na alma;  
 $T_s$  = tensão de cisalhamento nas ligações;  
 $U$  = energia potencial; umidade da madeira;  
 $V$  = força cortante;

***letras gregas***

$\alpha, \beta, \gamma, \lambda$  = coeficientes de equação;

$\alpha_r$  = coeficiente de redução do momento de inércia;

$\delta$  = deslizamento;

$\Delta$  = deslocamento na conexão;

$\varepsilon$  = deformação;

$\varepsilon_c$  = deformação no concreto;

$\varepsilon_w$  = deformação na madeira;

$\sigma_c$  = tensão normal;

$\sigma_c$  = tensão normal no concreto;

$\sigma_w$  = tensão normal na madeira;

$\phi$  = diâmetro do conector;

$\tau$  = tensão de cisalhamento;

$\rho$  = densidade do material;

$\gamma_c$  = coeficiente de minoração da resistência do concreto;

$\gamma_w$  = coeficiente de minoração da resistência da madeira;

## RESUMO

O estudo do estado-da-arte das estruturas mistas em concreto-madeira revela um grande potencial dessa técnica construtiva a ser explorado, com aplicações estruturais tanto no meio urbano como no meio rural. Além do desempenho estrutural, essa solução propicia excelentes efeitos arquitetônicos graças ao contraste entre as peças de madeira e o concreto utilizados nas execuções de painéis de paredes, lajes de cobertura e de piso para as diversas modalidades de construções novas e/ou reformas. A performance mecânica de uma estrutura mista deve-se, em geral, à eficiência do sistema de ligação que pode ser do tipo rígido ou flexível. Este sistema deve assegurar a interação entre o concreto e a madeira, transmitindo, desse modo, esforços de cisalhamento na interface de contato e, também, impedir o desprendimento vertical entre os dois materiais. Com o intuito de contribuir para difusão do uso das estruturas em concreto-madeira, esta pesquisa aborda esses dois tipos de ligação, com maior ênfase para os sistemas flexíveis metálicos (pregos e parafusos). Neste sentido, avalia-se o desempenho mecânico de estruturas ensaiadas tais como vigas “T” e painéis em concreto-madeira. A análise do comportamento mecânico dessas estruturas mistas é fundamentada no princípio de equilíbrio de forças e em compatibilidade de deslocamentos, verificado por meio de equações diferenciais de quarta ordem e pelo Método dos Elementos Finitos, através do programa SAP2000. São apresentados exemplos de verificação e dimensionamento das estruturas para atender as condições de segurança de projeto, nos estados limites últimos e de utilização. À luz dos resultados teórico-experimentais obtidos neste trabalho, pode-se concluir que as estruturas mistas em concreto-madeira têm horizontes favoráveis de aplicações em construções, sendo de fundamental importância o incentivo e a continuidade do desenvolvimento dessa técnica construtiva na comunidade técnico-científica.

## ABSTRACT

The study of the state-of-the-art of the timber-concrete structures reveals a great potential of this constructive technique to be explored, with structural applications in the urban environment as well as in the agricultural one. Besides the structural performance, this solution provides excellent architectural effect due to the contrast between the timber and the concrete pieces used in the execution of panels of walls, covering and floor slabs for the different modalities of new constructions and/or reforms. The mechanical performance of a composite structure is due, in general, to the efficiency of the connection system that can be of the rigid or semi-rigid type. This system must assure the interaction between concrete and timber transmitting, in this way, shear stress efforts in the contact interface and, also, impede the vertical slip between the two materials. With the intention to contribute for the spread of the use of timber-concrete structures, this research approaches these two types of the connections, with more emphasis in the metallic flexible systems (nails and screws). In this way, it is evaluated the mechanical performance of tested timber-concrete structures such as " T " beams and panels. The analysis of the mechanical behavior of these composite structures is based on the principle of the equilibrium of forces and on the compatibility of displacements, verified by means of differential equations of fourth order and by the Finite Element Method, through the use of the SAP2000 software. Examples of verification and design of structures are presented to fit to the conditions of design safety, in the ultimate and serviceability limit state. By the light of the theoretical-experimental results obtained in this work, it can be concluded that timber-concrete composite structures have favorable horizon of applications in civil constructions and it is of basic importance the incentive and the continuity of the development of this constructive technique in the technical and scientific community.



# **1 INTRODUÇÃO**

## **1.1 Generalidades**

As estruturas mistas constituídas por materiais de diferentes propriedades mecânicas de elasticidade e de resistência podem ser colocadas como uma solução alternativa às estruturas de uso corrente na construção civil, na medida em que se procure manter a segurança estrutural, de um lado, e se busque obter redução de custos de construção, por outro lado, com desempenho arquitetônico e ambiental vantajoso.

De um modo geral, peças com seções mistas em concreto-madeira, concreto-aço ou madeira-aço, convenientemente unidas, podem adequadamente desempenhar função estrutural, desde que as suas propriedades de elasticidade e de resistência sejam aproveitadas de forma racional. Deve-se também observar as condições de serviço, para que se tenha estruturas com grau de durabilidade satisfatório.

Em obras de grande porte é mais comum a associação do aço e concreto, com aplicações, em construções industriais, esportivas e pontes, possibilitando, entre outras vantagens, a redução de fôrmas e cimbramentos temporários para o lançamento do concreto. As estruturas com seções mistas em concreto e madeira surgem como uma opção bastante competitiva para construções de porte menor, tais como painéis de paredes, piso e coberturas, e também como estruturas de pontes, como são de conhecimento algumas aplicações com sucesso em países tais como: Itália, EUA, Canadá, Austrália, Noruega e Suíça.

Notam-se amplas aplicações da madeira como material estrutural nas construções situadas tanto na área rural quanto na urbana, especialmente considerando-se ambientes com grande variação de temperatura e umidade, ou nas proximidades de regiões marítimas. Além dessa aplicação, a madeira é também bastante apreciada para a execução de diversos elementos construtivos com performance arquitetônica e conforto térmico e acústico privilegiados.

Deve-se observar também que a escassez das espécies de madeiras nativas tem contribuído para o desenvolvimento de pesquisas e a aplicação de algumas espécies de madeira de reflorestamento, como por exemplo o *pinus* e o eucalipto. Além disso, buscam-se constantemente meios de aplicações racionalizadas desse material através de seções em madeira laminada colada e outras formas de seções compostas.

O concreto armado, que já por si só representa uma estrutura mista, possui uma posição de destaque na maioria das construções em razão da versatilidade de seus materiais componentes, permitindo moldar as mais variadas formas do projeto arquitetônico. Também deve-se mencionar os avanços obtidos com os resultados de pesquisas que permitiram superar algumas limitações desse material como, por exemplo, o concreto protendido e, mais recentemente, o desenvolvimento de traços de concreto de alta resistência e de alto desempenho. A utilização de peças pré-moldadas de concreto, principalmente em construções de grande porte, tem contribuído no sentido de reduzir o consumo de material para fôrmas e cimbramentos, bem como reduzir o tempo de execução das obras civis.

Nas estruturas mistas, especificamente aquelas compostas por concreto e madeira, para se obter uma estrutura eficiente, o concreto deve atuar basicamente resistindo às solicitações de compressão e a madeira aos esforços de tração, comportamento este assegurado por meio de um dispositivo de ligação conveniente instalado na estrutura.

Estes dispositivos de ligações entre os dois materiais serão amplamente abordados devido à efetiva importância em assegurar a interação entre ambos. No desenvolvimento deste trabalho o sistema a ser empregado é do tipo semi-rígido, mediante utilização de conectores metálicos deformáveis, denominados de conectores discretos, que proporcionam a composição parcial da

seção. No caso de composição total poder-se-ia adotar uma ligação contínua, rígida, através de algum tipo de cola, mas sua utilização exigiria na prática um controle de qualidade mais rigoroso e, certamente, com custos elevados.

Neste contexto, o emprego de estruturas com seção mista certamente tornará possível a melhoria de diversos aspectos das construções rurais, atendendo às necessidades existentes tanto nas pequenas quanto nas grandes propriedades, por serem aplicáveis à moradia e instalações de armazenagens de implementos e produção agrícola, e também em ambientes para o confinamento animal.

Além disso, o estudo da utilização de seções mistas terá grande importância em execuções de pontes de estradas vicinais e vias de acesso às propriedades agrícolas, de forma a proporcionar uma solução mais econômica que as obras convencionais em concreto armado, especialmente considerando o menor peso próprio, maior durabilidade e capacidade de carregamento que as pontes em madeira. Nesse caso, pode ser empregada para compor a seção a madeira de reflorestamento com seções circulares não desdobradas.

## **1.2 Abordagem e Breve Histórico dos Materiais**

### **1.2.1 Madeira**

As construções rurais, em grande parte, são executadas em madeira, graças as proximidades das fontes disponíveis desse recurso material, que sempre fez parte da vida e do desenvolvimento da humanidade, e sem dúvida apresenta grande importância estrutural e/ou arquitetônica. A sua fácil trabalhabilidade e a menor densidade são dois fatores que podem contribuir para a intensificação do uso em relação aos outros materiais comumente empregados nas construções civis, dentre eles o concreto e o aço. Diferentemente destes dois últimos que requerem alto consumo energético de usinagem, conforme aponta ALMEIDA (1990), a madeira é um material obtido diretamente da natureza e, após processamento de serragem, já encontra-se pronto para a utilização.

O extrativismo vegetal, bem como o longo período necessário para o crescimento de novas árvores, fez com que diversas espécies se tornassem em extinção nos dias atuais. Por outro lado, tem-se na madeira uma fonte de material renovável para os diversos usos nas construções, e como melhor exemplo estão as espécies de reflorestamento, tais como o *eucaliptus* originário da Austrália. Essa madeira, que foi introduzida no Brasil no início de século XIX com o impulso da expansão da rede ferroviária brasileira e utilizada inicialmente na produção de dormentes e postes, já se faz presente em diversas obras de grande porte, tais como pontes e passarelas, como descrevem LOGSDON et al (1998).

A vida útil da madeira, e por sua vez da estrutura, está relacionada ao grau de exposição aos três fatores ambientais: *oxigênio, umidade e calor*, cuja interação possibilita a proliferação de agentes biodeterioradores que atacam a madeira, tais como fungos e bactérias. Além desses fatores, o clima tropical muito contribui com a presença de insetos perfuradores, como, por exemplo, os cupins e os besouros que buscam na madeira sua fonte de energia e/ou sua habitação. É de interesse alertar quanto aos benefícios decorrentes do tratamento da madeira, que é regulamentado pela Federação, conforme publicação do IBDF et al (1973), de tal maneira que a durabilidade desse material possa ser significativamente prolongada.

A conscientização do uso de espécies de reflorestamento submetidas ao tratamento preservativo implica diretamente em preservar diversas espécies de madeira nativa. Para isto, é de importância conhecer os agentes biodeterioradores, bem como os principais procedimentos preservativos da madeira, conforme descrito por GALVÃO (1975) e UNESP RURAL (1998). Deve-se também impedir as variações bruscas do seu teor de umidade, o que é possível através de detalhes construtivos.

Mais recentemente, tem sido pesquisada a técnica da madeira laminada colada, MLC, que ainda produzida em pequena escala possibilita a obtenção de seções transversais maiores que aquelas comumente encontradas em madeira serrada. Além dessa vantagem, a MLC é confeccionada com lâminas de madeira selecionadas e previamente secas em estufas, e também submetidas ao processo de tratamento preventivo assegurando boa qualidade e durabilidade.

### **1.2.2 Concreto**

O concreto armado, descreve VASCONCELOS (1985), teve no Brasil, no ano de 1909, seu marco inicial com a construção de uma ponte de 9 metros de comprimento no Rio de Janeiro. Este material, que se comparado com a madeira possui uma massa específica muito elevada, da ordem de 2,5 a 3,5 vezes a da maioria das espécies de madeiras. Para que se tenha um concreto de boa qualidade são necessários alguns cuidados na elaboração de seu traço, lançamento e cura entre outros, de tal maneira que se possa assegurar a resistência à compressão desejada de projeto. Também de fundamental importância é o cuidado a ser tomado com relação aos agregados, de maneira a garantir a ausência de materiais orgânicos e outras impurezas, como por exemplo a presença de torrões de argila.

O projetista encontra na utilização do concreto um material que oferece facilidade em moldar as diversas formas do projeto arquitetônico. Em obras de grande porte, como por exemplo, pontes e demais estruturas em que se necessite vencer grandes vãos, torna-se viável economicamente o uso de peças em concreto protendido, cuja técnica é bastante empregada pelas empresas fabricantes de estruturas pré-moldadas. Entretanto, as obras realizadas nas zonas rurais, em sua grande maioria, quando em concreto armado, geralmente são moldadas ‘in loco’ o que acarreta um alto consumo de madeira para a execução de fôrmas e cimbramentos.

### **1.2.3 Aço**

As estruturas metálicas, que transcorreram um caminho de melhoria no seu processo de produção desde o ferro fundido até os perfis laminados e as chapas dobradas, por suas características de leveza e rigidez obtidas através de treliças, por exemplo, possuem grande capacidade para vencer grandes vãos e, por isso, têm conquistado também nas construções rurais uma posição de grande importância. Porém, devido às dificuldades de acesso às áreas rurais e as distâncias até os fabricantes desse tipo de estruturas, geralmente situados nos grandes centros urbanos, tem suas aplicações restringidas aos grandes galpões.

Assim como no caso do concreto, em linhas gerais, a matéria-prima para a produção do aço provém de jazidas naturais esgotáveis e nem sempre localizadas próximas às siderúrgicas de beneficiamento, onerando-a assim com transporte. Analogamente à produção, a sua reciclagem requer um alto consumo de energia e um controle de qualidade que assegure a uniformidade do material.

#### **1.2.4 Racionalização**

A preocupação do uso racional desses três materiais básicos em estruturas não é tão recente, porém ela tem se firmado mais no presente em razão da escassez dos materiais e também, pela busca da redução do desperdício que, diretamente, onera a execução de obras de quaisquer natureza.

Nesse sentido, busca-se associar dois desses materiais, de tal maneira que se possa aproveitar o melhor de suas propriedades mecânicas e de durabilidade, através das chamadas seções mistas. Nessa técnica construtiva pode-se ter associados: concreto-madeira, concreto-aço ou madeira-aço. Assim, tornar-se-á possível superar algumas limitações inerentes de cada um desses materiais, bem como reduzir por exemplo a utilização de escoramentos e fôrmas para o concreto, uma vez que tanto no caso da madeira quanto no do aço, serão incorporados à seção resistente do elemento estrutural.

As pesquisas precursoras sobre as estruturas mistas em concreto-madeira foram publicadas no início da década 40 do século passado, dentre as quais se encontram as seguintes referências: BALDCKOCK & McCULLOUGH (1941), McCULLOUGH (1943) e STÜSSI (1947). Dessa associação são exploradas as vantagens de cada um dos materiais, isto é, da madeira tem-se uma resistência natural à tração, na direção paralela às fibras, consideravelmente superior em relação à resistência do concreto, o qual requer armadura de aço para absorver tal esforço.

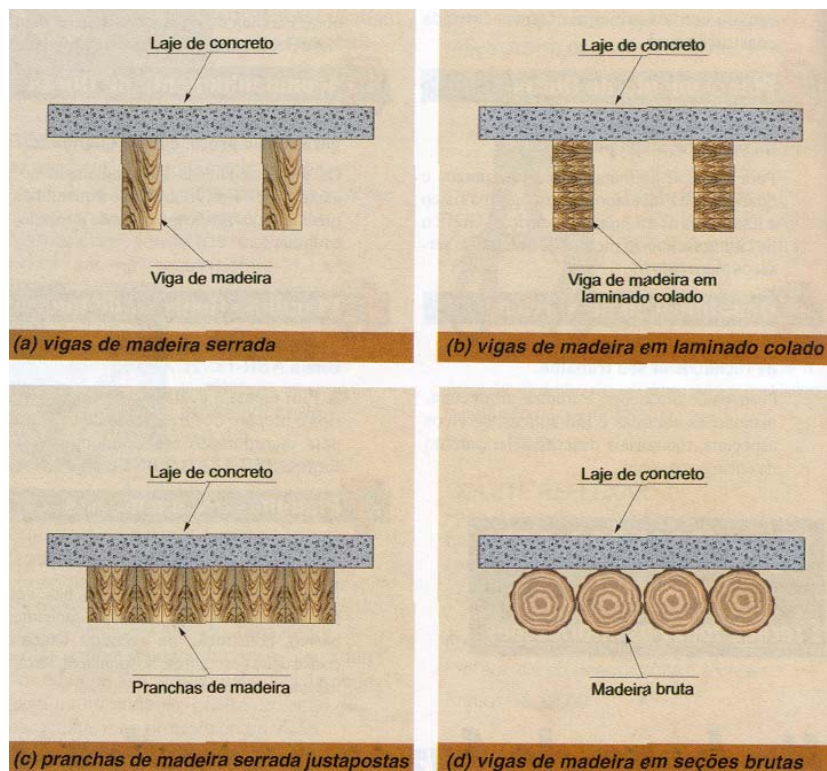


FIGURA 1.01 – Detalhe de seções mistas em concreto-madeira

FONTE: SORIANO e MASCIA (1999), p. 48.

Já, o concreto, propicia a proteção da madeira contra a umidade e agressão mecânica, bem como permite reduzir o deslocamento vertical da estrutura, uma vez que o produto de rigidez efetivo da seção é diretamente proporcional aos respectivos módulos de deformação longitudinal. O concreto deve preferencialmente estar localizado em região onde predominam os esforços de compressão, embora grande parte das dicotiledôneas usuais apresentem, na direção paralela às fibras, resistências à compressão superiores às dos concretos comumente empregados (~25 MPa).

Em relação às estruturas executadas somente em madeira, consegue-se elevar a capacidade suporte de carregamento e também melhorar o conforto termo-acústico, e como ocorre em pisos, por exemplo, a minoração do desconforto de vibrações. Um menor peso próprio resulta em relação às estruturas construídas exclusivamente em concreto armado. As peças de madeira quando aparentes no interior das edificações, por contraste com o concreto, geram um agradável efeito arquitetônico ao teto, segundo STEVANOVIC (1996).

Numa seção em concreto-aço tem-se dentre outras vantagens aquela que deu origem ao concreto armado, ou seja, a presença do concreto gerando proteção contra a corrosão do aço. A utilização desse tipo de estrutura, segundo OLLGAARD (1971) é conhecida desde de 1920, e seu uso intensificou-se a partir da década de 50, principalmente em estruturas de pontes. A eliminação e/ou redução de fôrmas e de escoras temporárias tornou tais estruturas mistas mais populares no últimos anos, descreve WRIGHT (1990).

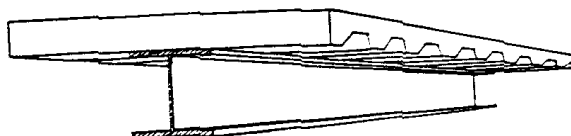


FIGURA 1.02 – Detalhe de seção mista em concreto-aço

FONTE: WRIGHT (1990), p.9.

No caso das seções em aço-madeira, MASCIA & BATISTA (1996) apresentam sua grande importância nas aplicações em cimbramentos, graças à sua praticidade de montagem e a rigidez proporcionada pela associação desses dois materiais. Neste caso, a madeira, além de contribuir com sua resistência à tração e/ou compressão, serve de preenchimento entre perfis metálicos, o que ocasiona uma maior inércia efetiva. Outras aplicações também são apontadas com funções estruturais, tais como em telhados, pilares e galpões.

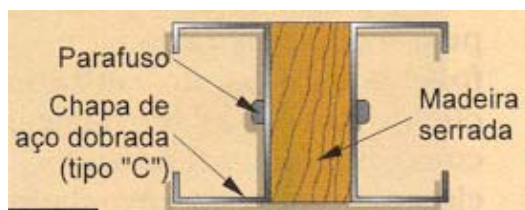


FIGURA 1.03 – Detalhe de seção mista em aço-madeira

FONTE: MASCIA & BATISTA (1996), p.25.

Por essas e outras razões que serão descritas no presente texto, tem-se nas estruturas mistas um potencial a ser explorado para as aplicações com diversas finalidades, justificando assim estudos no sentido de compreender o comportamento mecânico que muito está relacionado ao sistema de ligação utilizado para se efetivar uma seção mista. Em particular, no caso das



estruturas em concreto-madeira, que possuem um número de publicações relativamente pequeno e também em razão da madeira ser um material de alta aceitação, principalmente, em áreas rurais.

### **1.3 Horizontes para as Aplicações das Estruturas Mistas em Concreto-Madeira**

Neste sub-item serão abordados alguns casos para o quais, provavelmente, as estruturas mistas em concreto-madeira resultariam soluções viáveis, tendo em vista as características dos materiais utilizados, bem como os portes das estruturas.

#### **1.3.1 Bueiros**

O primeiro caso trata-se de um típico bueiro construído com tubos de concreto, facilmente encontrado tanto nas vias localizadas em áreas rurais quanto em áreas urbanas. Esse tipo de construção em córregos, conforme ilustrado na Figura 1.04, é de fácil execução e bastante econômico em relação às pontes de concreto armado. Porém, em razão do acúmulo de lixo e vegetação na entrada da galeria, essa construção apresenta grandes possibilidades de transformar-se em verdadeira represa.

A obstrução parcial ou total das seções dos tubos é então uma condição suficiente para causar transbordamento do canal gerando inundações de áreas à montante do bueiro, bem como iniciar um processo erosivo do talude do canal. Na Figura 1.05, é flagrado o deslizamento da vegetação de proteção do talude (vista do centro para a direita da foto), a qual poderia causar novos estancamentos. Com isso, a saturação do aterro da estrada, além de desestabilizar sua base sobre a galeria, pode também danificar o pavimento da via, ou ainda culminar com a destruição e o arrastamento total da obra: aterro, arrimo, tubos de concreto e pavimento.

Certamente, por melhor que seja o serviço de manutenção e limpeza por parte do poder público, a solução eficiente e definitiva para evitar os transtornos relatados está em realizar obras que mantenham desimpedidas as seções transversais das calhas para o rápido escoamento de toda

a água pluvial coletada no percurso do canal. Neste sentido propõem-se uma ponte de estrutura mista em concreto-madeira para a substituição de construção do tipo bueiro



FIGURA 1.04 – Deposição de lixo e redução da seção do tubo de concreto



FIGURA 1.05 – Deslizamento da vegetação de proteção do talude

### 1.3.2 Passarelas em Madeira (pinguelas)

Passarelas sobre córregos, muito comumente, são construídas em madeira com extensões de aproximadamente 5 metros, contendo em suas superestruturas duas toras de madeira servindo como longarinas, sobre as quais constroem-se o piso com pranchas dispostas no sentido longitudinal da passarela, conforme ilustrado na Figura 1.06.



FIGURA 1.06 - Vista geral da passarela em madeira

Ainda que em uso por transeuntes e sob o risco de causar acidentes, na Figura 1.07, nota-se o estado precário de conservação dessa estrutura, ocasionado, principalmente, em razão da presença de organismos biológicos responsáveis pelo seu apodrecimento. A estrutura alcançou esse quadro patológico em razão do uso indiscriminado da madeira não tratada.

As peças de madeira do guarda-corpo dessas pequenas passarelas, em grau de suscetibilidade, geralmente são as primeiras a apresentarem problemas de apodrecimento devido às pequenas dimensões de suas seções transversais, e também pelo seus contatos com a superestrutura expostos diretamente aos fatores ambientais que propiciam o ataque por fungos.



FIGURA 1.07 - Vista do tabuleiro da passarela

Nos pilares de madeira não tratada e engastados diretamente no solo dentro da calha do canal, mais especificamente na região de interface de contato com o solo, verificou-se um acentuado apodrecimento da madeira, o que gradualmente causa a redução das seções transversais resistentes desses apoios.

As pranchas que constituem o piso dessa estrutura sofrem desgastes por abrasão e intemperismo, alcançando, num curto período, um estado avançado de degradação. A água de chuva que passa pelas frestas das juntas do tabuleiro alcança tanto as transversinas quanto longarinas, permanecendo, então, parte dela retida nas regiões de contato dessas peças, e assim propiciando a proliferação de fungos de podridão.

Por meio de estrutura mista em concreto-madeira seria possível a eliminação dos pilares, construindo-se as bases de apoio para a estrutura fora da calha do canal. Dependendo das características do solo e graças ao pequeno peso próprio da estrutura, tornar-se-ia possível a utilização de fundação direta em concreto armado. Os pequenos vãos a serem vencidos pela estrutura sobre esses canais possibilitam a utilização de peças de madeira com seções comerciais.



### **1.3.3 Pontes de Madeira de Estradas e de Propriedades Rurais**

Em geral, as pontes das estradas vicinais sobre pequenos rios são construídas sem a elaboração de um projeto e/ou sem o acompanhamento de um especialista em estruturas de madeira. A ausência de detalhamentos e outros erros, bem como a falta da manutenção preventiva são as principais causas da redução da vida útil dessas estruturas.

Neste tipo de construção, relata-se uma ponte típica na qual as toras são utilizadas como longarinas e o tabuleiro, geralmente, executado com peças de madeira serradas (pranchas). Sobre as pranchas do tabuleiro, em geral é utilizada apenas uma camada de solo, visando a sua proteção contra o desgaste e também a redução dos efeitos do impacto vertical sobre a ponte.

A camada de solo permite a percolação de água que alcança o tabuleiro e também as demais peças da superestrutura da ponte. A umidade retida no solo e na madeira é o principal fator do processo de apodrecimento das pranchas do tabuleiro e das longarinas, e também acarreta a oxidação dos elementos metálicos utilizados nas ligações das peças de madeira.

Na Figura 1.08 nota-se uma espessa camada de solo e a deposição de lodo no apoio interno de uma ponte de madeira. Numa vista tomada sobre o leito dessa ponte, Figura 1.09, tem-se o estrangulamento do seu tabuleiro em razão do apodrecimento das extremidades de diversas pranchas.

Além de proporcionar a degradação da madeira, é óbvio que a camada de solo não contribui para o equilíbrio dos esforços e, nada mais representa do que uma sobrecarga na estrutura. Essa sobrecarga seria de apenas 25% maior que o carregamento causado por uma capa de concreto, considerando-a, exageradamente, da mesma espessura da camada existente em solo. Em termos gerais, com certeza haveria também uma redução das espessuras das pranchas, que apesar de ser possível incorporá-las à seção resistente, teriam mais a função de fôrma para o concreto.



FIGURA 1.08 - Ponte em madeira com camada de solo sobre o tabuleiro



FIGURA 1.09 – Vista sobre o tabuleiro da ponte de madeira

Assim, com a presença de um sistema de conectores o comportamento da estrutura mista, além da maior durabilidade, obter-se-iam outros benefícios inerentes desse princípio estrutural que será apresentado e discutido mediante resultados obtidos experimentalmente em vigas e painéis em concreto-madeira.

### 1.3.4 Edificações Novas e Restaurações

Em edificações pode-se obter através das estruturas mistas em concreto-madeira, além de todas as vantagens estruturais, o agradável aspecto arquitetônico da combinação das vigas de madeira e da laje de concreto, conforme ilustrado na Figura 1.10.



FIGURA 1.10 – Vista de teto em madeira e placas de micro-concreto

No âmbito das restaurações de obras antigas, as estruturas mistas em concreto-madeira têm despertado o interesse de estudos pelo eminente centro de pesquisa da UFMG, visando sua utilização nas construções históricas para a recuperação de pisos.

O processo de industrialização também faz-se perfeitamente possível às estruturas mistas em concreto-madeira, através de construções de painéis modulares confeccionados em fábricas.

Com isto, obtém-se, dentre várias vantagens, um melhor controle tecnológico da qualidade dos materiais, bem como de execução das peças a serem montadas no canteiro.

## **1.4 Objetivos da pesquisa**

O presente trabalho tem por objetivo uma abordagem geral das estruturas mistas em concreto-madeira, visando assim contribuir para a disseminação dessa técnica construtiva, bem como sugerir suas aplicações para as diversas formas de construção civil. Para alcançar esse objetivo geral foram realizadas as seguintes etapas:

- Revisão bibliográfica acerca das informações publicadas em meios técnico-científicos, de tal maneira que este trabalho possa estar inserido num contexto de continuidade de pesquisa.
- Proposição da necessidade de se desenvolver essa solução estrutural para aplicações tanto no meio urbano quanto rural, no sentido de racionalizar o uso do concreto e da madeira, bem como propiciar maior durabilidade para as estruturas.
- Construção e ensaio de protótipos de vigas e painéis para avaliação do comportamento mecânico estrutural e, também, conhecer o processo de montagem das estruturas propostas.
- Análise da influência do efeito da rigidez dos conectores flexíveis nas estruturas de concreto-madeira para os estados limites últimos e de utilização.
- Modelagem do comportamento estrutural por meio de equações diferenciais de quarta ordem e pelo Método dos Elementos Finitos através do programa SAP2000.
- Discussão da análise teórico-experimental, apresentando a viabilidade de aplicações das estruturas mistas em concreto-madeira, com algumas prescrições para a elaboração do projeto, execução e manutenção das construções.



## **2 RE[\*1]VISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 Introdução**

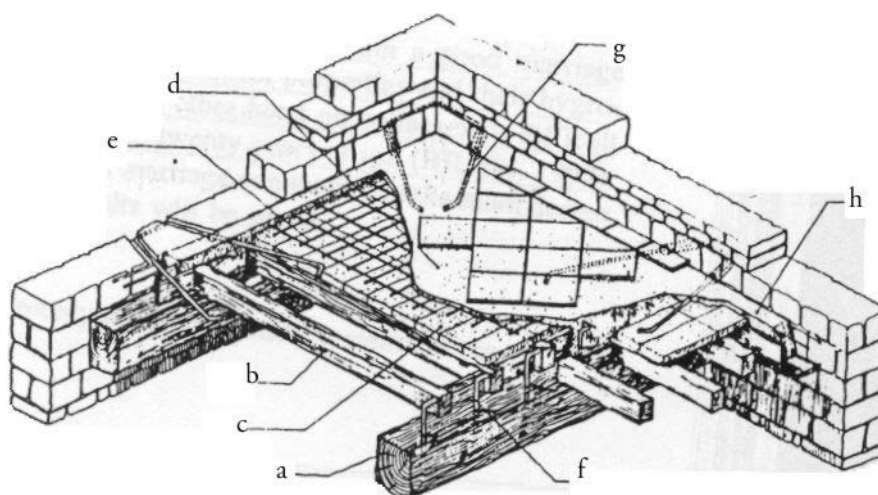
A seção transversal de um elemento estrutural pode ser constituída através da associação de dois ou mais materiais, originando-se, assim, uma seção mista. Dessa maneira, a composição de seções em concreto-aço, concreto-madeira e madeira-aço objetiva a utilização racional de cada material, conforme suas características intrínsecas e comportamento estrutural.

No processo de otimização do uso estrutural de materiais, busca-se de cada elemento que integra a seção mista que ele atue em função de sua capacidade de resistir às solicitações advindas do peso próprio e utilização da estrutura. Para tanto, a escolha de seções de cada elemento acha-se relacionada à posição da linha neutra, de tal forma que, o concreto, por exemplo, esteja solicitado basicamente à compressão. Já, na região de tração deve-se empregar o aço ou a madeira, devido às suas elevadas resistências a esse esforço em relação ao concreto.

Na literatura sobre estruturas em seções mistas são mais amplos os estudos e aplicações do aço associado ao concreto, principalmente em obras de expressiva relevância, tais como: construções industriais, esportivas e pontes. Dentre outras vantagens já abordadas dessa seção mista, SOUZA NETO (2000), aponta também o efeito favorável de isolamento térmico e a restrição imposta à flambagem local e lateral com torção dos perfis metálicos esbeltos. SOUZA NETO (2000) também relata que o uso do sistema de lajes mistas com fôrma de aço incorporada às construções de concreto teve seu início no ano de 1930.

Apesar das primeiras sugestões de uso de seções mistas em concreto-madeira serem bem remotas, 1933, como descreve PINCUS (1969), o número de publicações científicas a seu respeito é bem menor que para a forma anterior. Podem constituir, principalmente, os elementos estruturais de forros e pisos, que são solicitados ao efeito de flexão. Graças a rigidez proporcionada pelas peças de madeira, os painéis podem também constituir paredes sob o efeito de flexo-compressão.

Essas estruturas em forma de vigas ou painéis, são adequadas às diversas modalidades de construções, por exemplo: residências, comércios e escolas. São indicadas por STEVANOVIC (1996), CECCOTTI (1995) e CAPRETTI & CECCOTTI (1996) em restaurações de pisos e forros de construções antigas.



(a)viga principal; (b) viga secundária; (c) blocos; (d) laje de concreto; (e) malha de aço;  
(f) conectores de aço colados na madeira; (g)estribo; (h) armadura de reforço.

FIGURA 2.01- Aplicação de estrutura mista em concreto-madeira

FONTE: CECCOTTI (1995), p. 2.

Nas pontes, principalmente aquelas localizadas nas áreas rurais, que geralmente são construídas em madeira, o sistema de estruturas mistas em concreto-madeira pode proporcionar benefícios no sentido de elevar a capacidade de carregamento e, principalmente, prolongar a vida útil daquelas pontes. Esse resultado é esperado graças à proteção assegurada pelo concreto contra os efeitos de abrasão e intemperismo, conforme apresentado em SORIANO & MASCIA (1999).

A técnica construtiva de estrutura mista em concreto-madeira aplicada em pontes já tem sido adotada, por exemplo nos EUA como descreve McCULLOUGH (1943). Mais recentemente, na Austrália, onde algumas estruturas de pontes em madeira vêm sendo transformadas em estruturas mistas de concreto-madeira, segundo YTTRUP & NOLAN (1999).

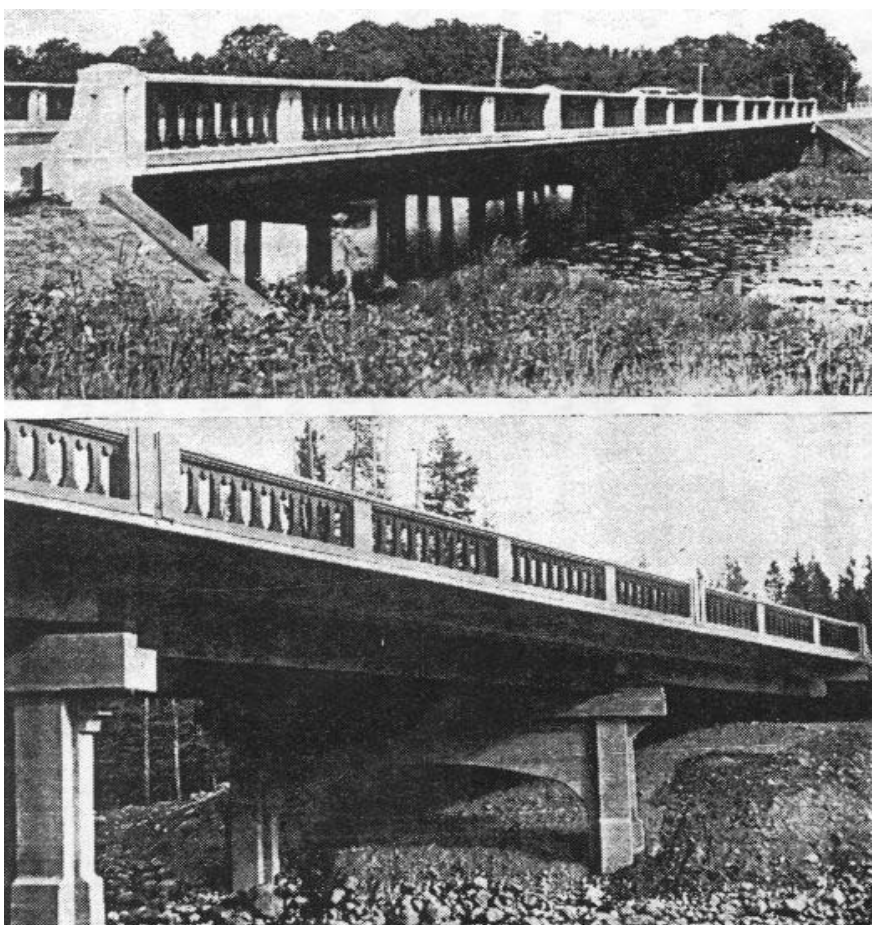


FIGURA 2.02 - Pontes executadas em concreto-madeira no Oregon (EUA).

Na primeira foto, vista da infra-estrutura em pilares de madeira creosotada; a superestrutura consiste de um sistema de madeira creosotada enfileirada, totalmente conectada à laje de concreto armado; parapeito composto por corrimão em concreto e balaústres de madeira. Na outra foto, vista da infra-estrutura em concreto armado.

FONTE: McCULLOUGH (1943), p. 439.



FIGURA 2.03 – Construção de Ponte em concreto-madeira na Austrália.

FONTE: YTTRUP (1996)



FIGURA 2.04 – Vista inferior de ponte em concreto-madeira na Austrália.

FONTE: ROAD AND TRAFFIC AUTHORITY OF NSW (2001)



FIGURA 2.05 – Ponte em concreto-madeira na Finlândia.

FONTE: FINNRA (1999)

## 2.2 Algumas Vantagens das Estruturas Mistas Sobre as Convencionais

Ao se comparar as estruturas mistas com os sistemas de estruturas convencionais, onde se emprega somente o concreto ou somente a madeira, verifica-se a viabilidade de sua utilização. Do ponto de vista econômico, NATTERER et al. (1996) citam alguns aspectos importantes quando confrontados com construções exclusivamente de madeira. Em relação a estas últimas, as estruturas mistas apresentam comportamento mais adequado de resistência à propagação de fogo, melhores propriedades acústicas e de vibrações, destacando-se também os efeitos favoráveis às propriedades de curvatura e estabilidade global da estrutura.

Quando se comparam estruturas mistas com lajes de piso ou cobertura em concreto armado, além da redução do custo direto por metro quadrado, CECCOTTI (1995) também aponta a maior rapidez de execução da estrutura, emprego de menor número de escoras e fôrmas como aspectos favoráveis à sua aplicação.

Neste aspecto, vale a pena ilustrar que no caso das obras em concreto armado moldado no local, as fôrmas podem representar até 40 % do custo global de uma estrutura convencional, conforme custos de Janeiro de 2000 apresentados na Revista Construção São Paulo (2000), e reproduzidos na TABELA 2.01.

TABELA 2.01 – Preço unitário Pini de estrutura de concreto armado

Descrição	(R\$/m <sup>3</sup> )
Concreto C15 MPa preparado com betoneira	148,36
Armadura CA-50 – 100 kg/m <sup>3</sup> de concreto	215,84
Fôrmas de chapa de madeira compensada – 12 m <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> de concreto	293,45
Andaimes	5,04
Lançamento e aplicação do concreto	57,66
Preço total	720,35

FONTE: CONSTRUÇÃO SÃO PAULO (2000), p. 147

A execução de uma estrutura mais leve, graças a redução do peso próprio, possibilita o emprego de sistema de fundação mais simples. Do ponto de vista arquitetônico, as vigas de madeira que podem ficar aparentes internamente, propiciam um aspecto melhorado.

Em se tratando de construções expostas ao meio ambiente, como no caso das pontes e passarelas, é possível através de prolongamentos e por meio de pingadeiras na laje de concreto proteger as peças de madeira contra os efeitos da deterioração.

Acerca da eficiência de estrutura com seções mistas em madeira-concreto, esta técnica apresenta capacidade de carga, aproximadamente, duas vezes maior que em estrutura exclusivamente em madeira e rigidez melhorada de três a quatro vezes, descreve CECCOTTI (1995). Numa comparação com estruturas que contenham materiais que trabalhem independentemente, ou seja, sem um sistema de interação, as estruturas mistas podem promover aumento em torno de duas vezes para a resistência última, conforme McCULLOUGH (1943), PINCUS (1969) e AHMADI & SAKA (1993).

McCULLOUGH (1943) descreve ainda que peças mistas ensaiadas apresentaram deslocamentos verticais menores que 25% em relação aos deslocamentos verticais para as mesmas peças ensaiadas sem a presença de um sistema de conexão. Reduções de deslocamentos verticais da ordem de 1/5 dos valores apresentados quando na ausência do sistema de conexão entre o concreto e madeira, em painéis de piso, foram relatadas por AHMADI & SAKA (1993).

Para que ocorra essa drástica redução da flecha de aproximadamente 75%, o sistema de ligação deve ter uma eficiência muito elevada. Experimentalmente, dos ensaios realizados nessa pesquisa, em vigas de seções “T” obteve-se com o sistema de ligação por adesivo epoxi a redução da flecha da ordem de 72%.

MAGALHÃES & CHAHUD (1998) mediante ensaios de duas vigas “T” em concreto-madeira com conectores metálicos, por pregos, verificaram que essas apresentaram rigidez aumentada de 40% em relação a uma viga de madeira, na fase elástica.

CECCOTTI (1995) apresenta um gráfico comparativo sobre o crescimento do peso próprio com o aumento do vão livre para três tipos de estruturas de piso, com um suposto carregamento distribuído de serviço  $q = 2,5 \text{ kN/m}^2$ .

Adotando-se as densidades da madeira e do concreto, pode-se ter uma noção geral das dimensões das alturas das placas representadas na Figura 2.06, para um certo vão da estrutura e dos pesos próprios das extraídos das retas  $a$  e  $c$ . No caso da reta  $c$ , para os vãos de 200 cm e 1000 cm e adotando-se um concreto com peso específico de  $25 \text{ kN/m}^3$ , tem-se 12 cm e 38 cm de espessura, respectivamente. Em geral, nos projetos de concreto armado, considerando-se, por exemplo, lajes armadas em uma direção, bi-apoiadas e aço CA 50A essas espessuras poderiam ser adotadas de 10 cm e 42 cm, respectivamente.

Na situação da reta inferior,  $a$ , considerando-se uma espécie madeira de peso específico de  $3,40 \text{ kN/m}^3$ , valor este utilizado em exemplo de cálculo por CECCOTTI (1995), para os vãos de 200 cm e 1000 cm do sistema de piso proposto, obter-se-iam 14 cm e 44 cm, respectivamente.

Ou então, 9 cm e 27 cm para uma madeira de peso específico igual  $5,60 \text{ kN/m}^3$  como no caso do *Pinus elliotti*.

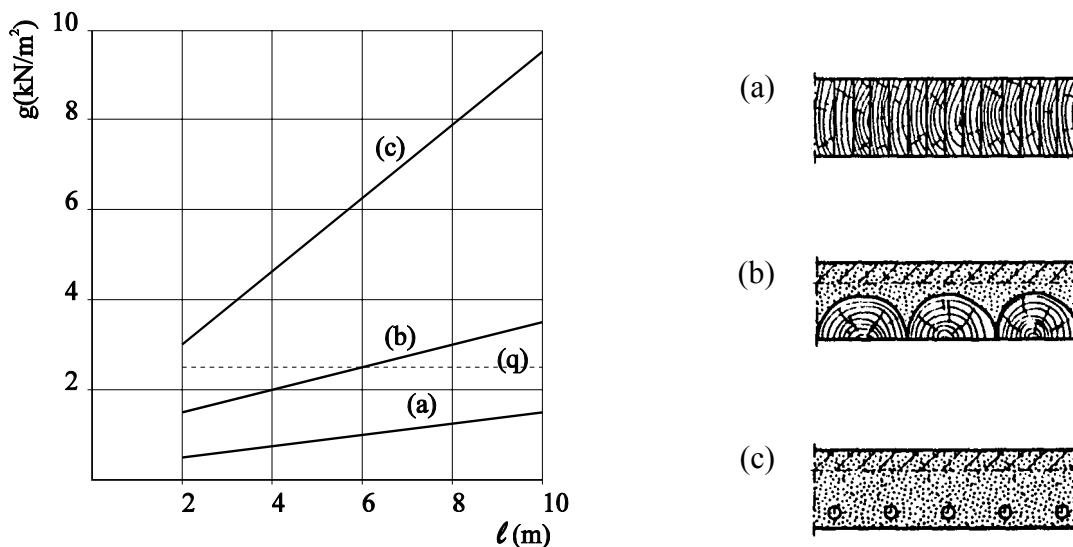


FIGURA 2.06- Peso próprio x vão para pisos sob ação de serviço de  $2,5 \text{ kN/m}^2$ , para as seguintes situações: (a) seção somente madeira; (b) madeira-concreto; (c) somente concreto armado.

FONTE: CECCOTTI (1995), p. 1.

É interessante observar através desse gráfico a estrutura mista em concreto-madeira ocupando uma situação intermediária entre a placa de madeira e a placa de concreto armado. A importância de cada uma dessas modalidades estruturais para a construção civil pode assim ser caracterizada, por exemplo, pelo reduzido peso próprio das estruturas de madeira, ou pela grande rigidez obtida nas estruturas de concreto armado.

Em razão de aspectos tais como: capacidade de carga, disponibilidade de materiais, porte da estrutura, equipamentos e mão-de-obra, entre outros, o projetista nortear-se-á dentre as diversas formas de constituir a seção mista para a estrutura desejada.



## **2.3 Algumas Aplicações de Elementos Estruturais com Seção Mista**

NATTERER et al. (1996) indicam o emprego de componentes com seções mistas para constituir estruturas de piso, para vãos livres entre 7 e 15 metros, onde pranchas de madeira são dispostas verticalmente, sobre as quais se aplica a laje de concreto. Para que ocorra a interação entre os dois materiais, fendas são abertas na madeira e pinos metálicos são alocados. Além das pranchas, os elementos de madeira podem ser laminados colados ou ter seções circulares.

A produção de elementos em concreto-madeira em escala industrial iniciou-se na Suécia na década de 70, e atualmente outros países tais como: Noruega, Finlândia e Escandinávia, também processam de forma racional esse tipo de estrutura, conforme relata BJORKMAN(s/d). Ultimamente, tais indústrias utilizam modernos equipamentos e tecnologia computacional, da elaboração do projeto até a armazenagem de seus produtos.

Com o intuito de melhorar a eficiência dos sistemas de piso comumente empregados na região do Golfo Pérsico, alguns testes foram produzidos por AHMADI & SAKA (1993). Devido à grande amplitude térmica, umidade e presença de sais agressivos, são contra-indicadas estruturas em concreto armado. Por isso, grande parte das residências e do comércio possui sistema de piso constituído por vigas de madeira e laje de concreto, lançada sobre placas de compensado, porém esses materiais trabalham independentemente por não disporem de sistema de conexão.

Com a introdução de um sistema de conexão, entre os dois materiais, AHMADI & SAKA (1993) buscaram usufruir das vantagens proporcionadas pelo sistema de seção mista. Dentre elas, distanciar as vigas de madeira, reduzindo, assim, o volume desse material, bem como aumentar a capacidade de carga e reduzir o deslocamento vertical.

McCULLOUGH (1943) descreve estudos no sentido de desenvolver estrutura em concreto-madeira para aplicações em pontes no estado de Oregon (EUA). O sistema buscava, basicamente, atender vãos curtos, de forma a estabelecer um custo de execução intermediário entre viadutos em concreto armado e cavaletes em madeira não tratada. Para ocorrer a interação

entre o concreto-madeira foram testados os seguintes sistemas de ligação para a transferência das forças tangenciais: pinos, entalhes, tubos metálicos, chapa de aço e combinação de entalhes e pinos. Além de comparar diversas formas de conexão, o estudo compreendeu também a determinação da resistência última e flechas, efeitos de cargas alternadas ou repetidas, efeitos de mudança de temperatura, posição do eixo neutro e desenvolvimento de teoria para o projeto de estruturas mistas.

## 2.4 Sistemas de Conexão

O sistema de ligação é responsável por transmitir a força de cisalhamento longitudinal na interface dos dois materiais ao longo do comprimento da viga, conforme definição apresentada por TARANTINO & DEZI (1992) em seu trabalho sobre estruturas mistas em concreto-aço. A importância do sistema de ligação está no fato de que o simples atrito de contato entre os dois materiais não é suficiente para que haja a transferência dos esforços longitudinais. Além disso, GIRHAMMAR & GOPU (1993) acrescentam que o sistema de conexão deve também impedir o desprendimento vertical entre as peças conectadas.

No trabalho desenvolvido por RACHER (1995), sobre ligações de peças de madeira, é destacada a importância da análise do sistema de conexão, uma vez que o seu comportamento afeta diretamente a distribuição de forças, bem como as deformações da estrutura.

Esse sistema de ligação que caracteriza o comportamento de toda a estrutura, pode ser denominado como *rígido* ou *semi-rígido (flexível)*. É de fundamental importância o estudo e o entendimento do sistema de ligação que é, indubitavelmente, o responsável pelo sucesso da peça estrutural em atuar dentro de padrões de segurança, conforme relatam diversos pesquisadores.

A conexão rígida pode ser obtida, por exemplo, mediante emprego de adesivos epóxi ao longo de toda a superfície de contato entre o concreto e a madeira, conforme indicado em GIRHAMMAR & GOPU (1993).

A utilização do adesivo epóxi como sistema de ligação entre madeira e concreto é sugerida por PINCUS (1970), que aponta a excelente compatibilidade para esses dois materiais, alta resistência e boa trabalhabilidade do adesivo. As vigas ensaiadas por esse pesquisador restringiram-se em regime elástico, apresentando diagrama de deformação sem descontinuidades. Foram observadas falhas por escorregamento da mesa sobre a madeira, ou por ruptura da madeira à tração.

Ainda que os adesivos epóxi possuam excelentes características mecânicas, diversos cuidados são necessários para sua aplicação como sistema de ligação. Graças às suas propriedades químicas, esses adesivos são utilizados, por exemplo, em restaurações de obras de concreto armado, conforme HELENE (1992), como ponte de aderência entre o substrato e o concreto fresco ou ainda como eficiente material para o chumbamento de barras de aço. Esse material requer um rigoroso controle, como por exemplo a observância do “pot-life”, tempo máximo para aplicação do produto em torno de 30 minutos. Também devem-se tomar cuidados para que a água exsudada do concreto fresco não prejudique a ação adesiva do produto.

Apesar de alguns benefícios como ligação rígida, a aplicação do adesivo epoxi, por hora, tem sido utilizada apenas com caráter de pesquisa, uma vez que ao alcançar o regime de ruptura, o elemento estrutural apresentará ruína sem um prévio aviso. Cabe também conhecer os efeitos de retração e fluência da madeira e do concreto sobre esse tipo de ligação, bem como os efeitos da variação de umidade desses materiais.

Já o outro sistema, conexão semi-rígida, pode ser realizado através de pinos de aço, pregos, parafusos, cavilhas e perfis metálicos, como por exemplo, cantoneiras. Se por um lado o sistema de ligação rígida consiste em fazer com que os dois ou mais materiais que integram a seção trabalhem monoliticamente, de maneira simples e convencional, por outro lado a ligação flexível representa uma interação parcial da seção, devendo em projeto serem considerados os efeitos de deslizamento de interface entre os materiais.

MALITE (1993) descreve que num elemento estrutural misto com interação total não se tem o deslizamento entre o aço e o concreto. Na interação parcial haverá o deslizamento relativo

entre os dois materiais, gerando uma certa descontinuidade nos diagramas de deformações e de tensões.

De maneira geral, o monolitismo da seção através de um sistema de ligação rígida entre os materiais estruturais, garante que seja válida a hipótese de Bernoulli-Navier para qualquer seção, havendo sobre a mesma apenas uma linha neutra. Já, para seções transversais com dois materiais, quando a ligação for flexível, caracterizada pelo deslizamento na interface de conexão, haverá dois eixos neutros e, proporcionalmente à flexibilidade da conexão, ocorrerá uma redução do momento de inércia teórico da seção supostamente plena.

Dependendo das dimensões, os conectores metálicos podem ser considerados rígidos ou flexíveis. Num estudo de pisos em concreto lançado sobre chapas metálicas dobradas em formato de calha, as quais tinham como apoio vigas em perfis metálicos, CRISINEL (1990) classifica como flexível aquele conector soldado no perfil metálico, que possui comprimento quatro vezes maior que seu diâmetro ( $\phi$ ), devendo ainda apresentar  $\phi \leq 22$  mm, e também o concreto da laje deve apresentar resistência à compressão não superior a 30 MPa.

Num estudo desenvolvido por CECCOTTI (1995), pesquisou-se a redução do momento de inércia através dos deslocamentos verticais em estruturas fletidas para diversos tipos de conectores. Tais conectores foram subdivididos em quatro grupos: *a*) pregos, barras de aço e parafusos; *b*) anéis, tubos de aço e placas dentadas; *c*) entalhes com barras de aço; *d*) treliça ou chapa de aço colada na madeira.

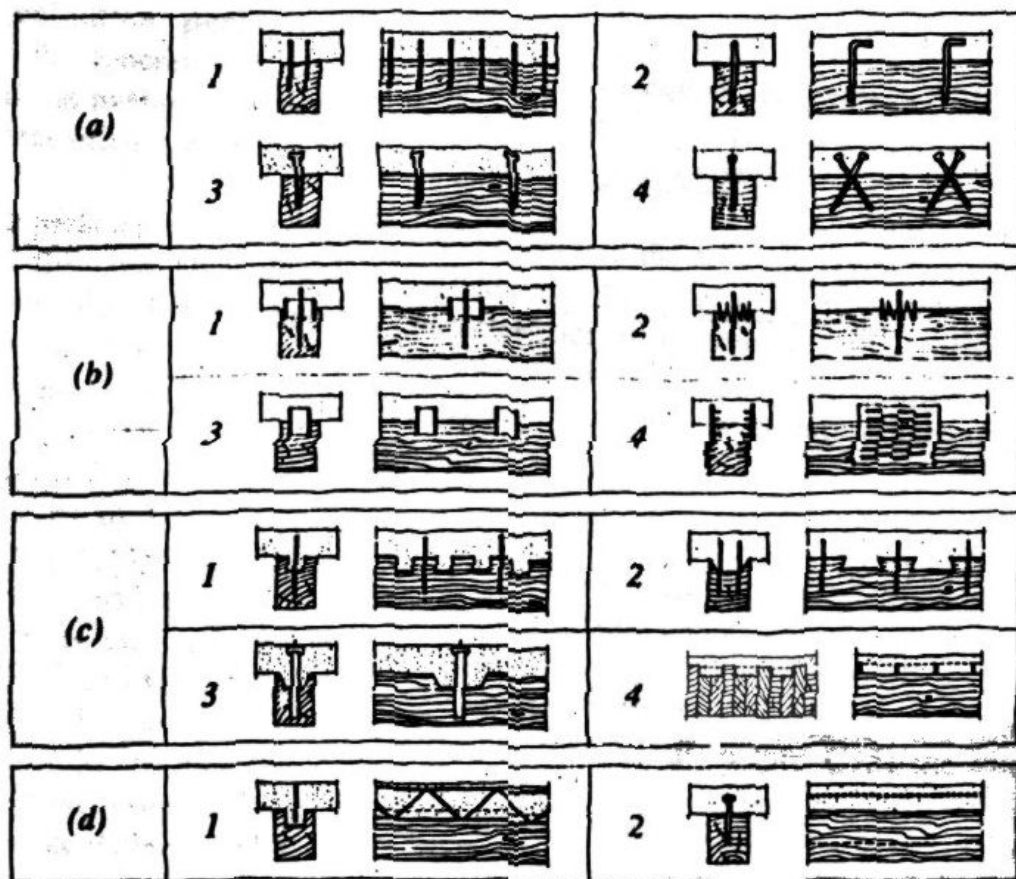


FIGURA 2.07 - Sistemas de conectores

(a1) pregos, (a2) barras de aço coladas, (a3/4) parafusos, (b1/2) anel partido e placas dentadas, respectivamente, (b3) tubos de aço, (b4) placas metálicas estampadas, (c1) furos redondos na madeira e conectores para prevenir a separação, (c2) endentação quadrada e conectores, (c3) endentação de forma de cálice e barra de aço protendida, (c4) pranchas de madeira pregadas e placas de aço dispostas em fendas na altura das pranchas, (d1) treliça de aço colada na madeira, (d2) placa de aço colada na madeira.

FONTE: CECCOTTI (1995), p. 3.

Para o grupo *a* da Figura 2.07, que representa a forma mais flexível das ligações estudadas, obteve-se uma redução de aproximadamente 50% do produto de inércia teórico. Já no caso do grupo *d*, o produto de inércia efetivo resultou próximo ao teórico.

Dentre os diversos tipos de conectores vistos na Figura 2.07, os pregos apresentam-se como um sistema de fácil instalação; entretanto, comercialmente, são limitados à medida 26 x 72 (7,6 mm de diâmetro por 165 mm de comprimento). Em relação aos parafusos sextavados com rosca soberba, para os quais podem ser encontradas diversas bitolas comerciais com diâmetros de até 12,7 mm, os pregos em geral são industrializados com aço de maior resistência. Nesse sentido, a Norma Brasileira NBR 7190/97 – Projeto de estruturas de madeira prescreve que os pregos com a finalidades estruturais devem ser feitos de aço com resistência característica de escoamento maior ou igual a 600 MPa. Já, no caso de parafusos estruturais, o aço deve ter resistência característica de escoamento de pelo menos 240 MPa.

No caso do sistema de ligação por chapas dentadas, muitas vezes não é desejado que o sistema fique exposto, tanto do ponto de vista arquitetônico quanto da proteção desse sistema. Certamente, a instalação desse sistema de ligação é muito mais prática que os sistemas por pinos, que requerem a pré-furação da madeira. Um cuidado de muita importância deve ser tomado na fixação dessas chapas em madeira de maior dureza que oferecem dificuldades de penetração dos dentes.

Para as ligações por entalhes, conforme detalhamento apresentado por CECCOTTI (1995) – Fig. c1, c2 e c3, com o concreto embutido na madeira, não traria problemas de redução da inércia da peça de madeira, o que ocorreria caso os entalhes da madeira fossem embutidos na mesa de concreto. Porém, em razão da posição da linha neutra, existe a possibilidade da ocorrência de tração nesse concreto utilizado como ligação. Nesse tipo de ligação, a utilização dos pinos tem importância para impedir a separação vertical entre o concreto e a madeira e também contribuir na resistência horizontal do sistema.

Vigas em concreto e madeira com entalhes efetivando a ligação, ensaiadas por RICHART & WILLIAMS (1943), apresentaram falha por cisalhamento longitudinal do concreto ou da madeira. Dentre outros sistemas de ligações testados, tais como parafusos e pregos de ferrovias, as vigas com entalhes foram as que apresentaram os resultados mais insatisfatórios.

MAGALHÃES & CHAHUD (1998) descrevem para os seus ensaios, que a forma de ruptura das vigas ensaiadas ocorreram em dois estágios. Inicialmente, em cada elemento estrutural houve a separação da laje de concreto da viga de madeira, que é atribuída à falha dos conectores metálicos (pregos). Em seguida, a ruptura da viga de madeira por cisalhamento na tração.

WRIGHT (1990) esclarece que numa estrutura mista em concreto-aço, a solicitação última que a seção pode resistir depende basicamente da capacidade dos conectores absorverem esforços longitudinais, e não da resistência de escoamento da viga de aço. As vigas mistas com interações parciais apresentam flechas adicionais oriundas da deformação dos conectores, conforme ilustra a Figura 2.08. Para as vigas mistas é de grande importância considerar a sua rigidez efetiva, especialmente quando o sistema de conectores é do tipo flexível.

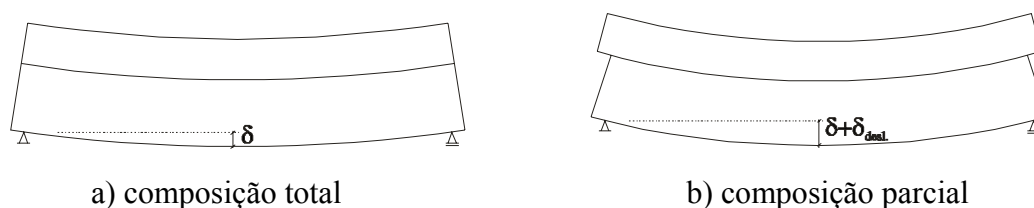


FIGURA 2.08 – Deslocamentos verticais de uma viga mista

FONTE: WRIGHT (1990), p. 51.

Quando no sistema flexível, optando-se por conectores metálicos, por exemplo, conforme AHMADI & SAKA (1993), deve-se atentar para três questões fundamentais: capacidade do conector em transmitir esforços tangenciais, resistência à corrosão e custo de instalação.

A utilização de conectores discretos certamente origina forças de tração lateral, e perpendiculares à linha da conexão na mesa das estruturas mistas, podendo ocasionar o fendilhamento da laje e, conseqüentemente, é esperada a redução das interações e da resistência de cisalhamento.

Em OEHLERS (1989) são apresentados três modos de fissuração em lajes, causados pela força concentrada aplicada por um conector, a saber: *fissuras de fendilhamento* (splitting crack)

que acompanham paralelamente a direção longitudinal dos conectores; *fissuras de corte* (ripping crack) que aparecem na direção perpendicular ao alinhamento dos conectores e *fissuras inclinadas de fendilhamento* (herringbone shear cracks), conforme ilustrado na Figura 2.09.

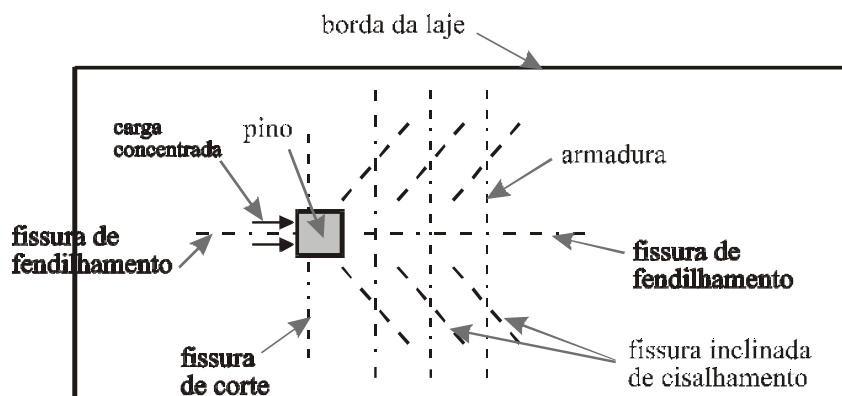


FIGURA 2.09 - Fissuras de tração induzidas por força concentrada no concreto  
 FONTE: OEHLERS (1989), p. 342.

BARNARD & JOHNSON (1965), verificaram em ensaios de vigas compostas em concreto-aço, que a presença de uma leve armadura transversal na mesa era insuficiente para evitar o surgimento de fissuras longitudinais à linha dos conectores. A essas fissuras foram atribuídas a causa da ruptura precoce de algumas das vigas ensaiadas.

O EUROCODE 4 é citado por CRISINEL (1990) para a definição do sistema de conexão de cisalhamento que pode ser total ou parcial. No caso da conexão total, é considerada a existência de um número suficiente de conectores para transmitir toda a força de cisalhamento entre mesa e alma que constituem o elemento estrutural. Já, a outra forma, é definida quando a carga última de projeto for inferior à suportada pela viga caso houvesse completa conexão e um comprimento limitado a 20 metros.

MALITE (1993) esclarece que na conexão completa ou total não ocorre a ruptura da conexão, pois a ruína caracterizar-se-á em razão da seção mais solicitada alcançar a capacidade máxima de flexão. Na situação de conexão parcial, o número de conectores será menor que o correspondente para a conexão completa.



A conexão parcial é possível quando a composição da estrutura mista tem função de reduzir flechas e não a de aumentar a resistência, a qual é assegurada inteiramente pela viga de aço, conforme CRISINEL (1990).

Quando a estrutura mista provir de conexão parcial, CRISINEL (1990) indica ser possível calcular a flecha mediante prévia determinação do momento de inércia, considerando a respectiva efetividade da conexão. A flecha resultante do deslizamento da ligação, para estruturas analisadas no estado limite de utilização, conforme o EUROCODE 4, pode ser negligenciada quando o grau de conexão superar 50%. Ou seja, despreza-se o efeito do deslizamento entre o concreto e o aço.

A distribuição do fluxo de cisalhamento horizontal depende da rigidez do sistema de ligação. Conforme WRIGHT (1990), em vigas com sistema de ligação por conectores metálicos, o fluxo é maior nos extremos da viga onde os pinos estão sujeitos a maiores cargas e deformações que aqueles na região central da viga. A Figura 2.10 ilustra as diversas solicitações para uma viga bi-apoiada e submetida a uma carga concentrada no meio do vão.

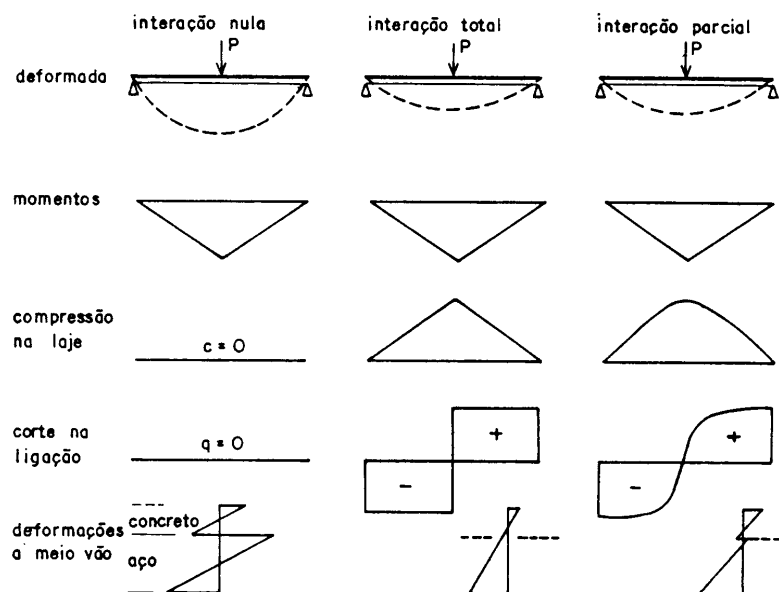


FIGURA 2.10 – Solicitações em viga mista concreto-aço

FONTE: MALITE (1993), p. 27.

KRISTEK & STRUDNICKA (1982), afirmam que a flecha aumenta levemente com o aumento da flexibilidade do sistema de conexão. No entanto, para as vigas compostas de pontes esse aumento da flecha torna-se irrelevante graças à elevada rigidez da estrutura.

## **2.5 Comportamento e Eficiência Mecânica dos Conectores**

NEWMARK (1951) descreve que as forças internas e deformações em vigas mistas, com conectores flexíveis, dependem da localização da seção considerada ao longo da viga, tipo e posição da carga, dimensões e propriedades dos materiais conectados.

RACHER (1995) descreve que grande parte dos sistemas de conexão, comumente empregados para a execução de ligações de peças de madeira, exibem um comportamento elástico-plástico. Essa característica é atribuída como resultado da deformação dos conectores, bem como da deformação de esmagamento da madeira.

Dos resultados advindos dos ensaios de corpos-de-prova de deslizamento apresentados para diversas formas de conexões, por RACHER (1995), como visto na Figura 2.11, verifica-se para a ligação colada um comportamento bastante rígido em relação aos demais sistemas.

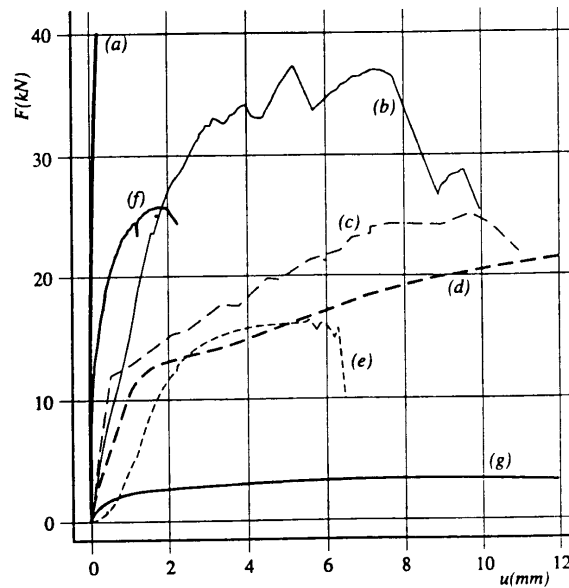


FIGURA 2.11 - Curvas obtidas através de resultados experimentais carga x deslizamento para ligações solicitadas a tração paralela: (a) ligação colada ( $12,5 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ), (b) anel partido (100 mm), (c) conector de anel de macho e fêmea, com pega dentada, (d) cavilha (14 mm), (e) parafuso de porca, (f) chapa estampada, (g) pregos (4,4 mm).

FONTE: RACHER (1995), p. 5.

Uma viga mista com conexão parcial apresenta curva carga  $x$  flecha como ilustrada na Figura 2.12. De acordo com WRIGHT (1990), essa curva é caracterizada por três segmentos, a saber: num estágio inicial, sob pequeno carregamento, com deslizamento irrelevante os conectores apresentam comportamento elástico. Aumentando-se o carregamento na viga, cada conector receberá grande carga e portanto, trabalhará em regime plástico, e por consequência ocasionará o aumento significativo do deslocamento vertical da viga. Por último, com o aumento do carregamento, quando todos os conectores alcançarem o limite de plasticidade ocorrerá a ruptura da viga.

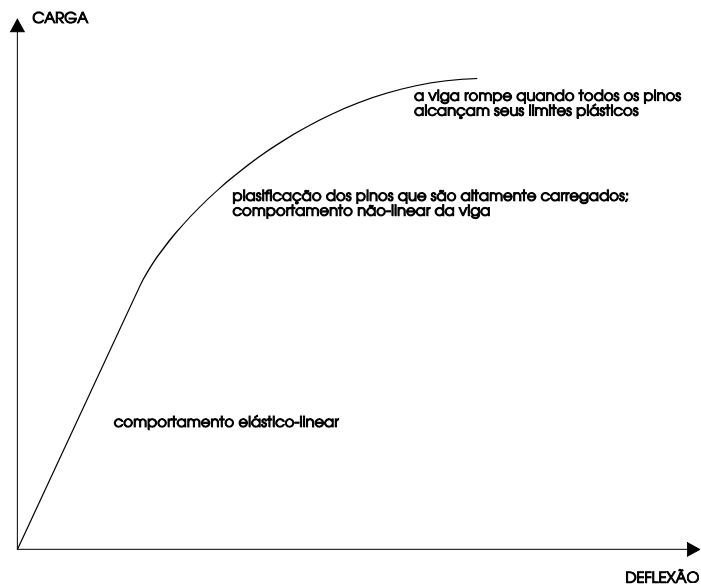


FIGURA 2.12 - Carga x flecha de viga mista com interação parcial.

FONTE: WRIGHT (1990), p. 52.

A eficiência dos conectores é representada pelo módulo de deslizamento  $K$ . Este parâmetro está definido em GUTKOWSKI & CHEN (1996) como sendo igual à diferença entre o alongamento total de duas camadas, ou seja, concreto e madeira.

O deslizamento entre as duas camadas é função da rigidez da conexão, que por sua vez depende do espaçamento e rigidez individual dos conectores, descreve NEWMARK (1951). A rigidez da ligação determina a distribuição da tensão no elemento estrutural composto.

CECCOTTI (1995) alerta que numa análise global, isto é, no cálculo de forças internas e distribuição de tensões no estado limite último, os valores médios da rigidez dos materiais e do módulo de elasticidade devem ser utilizados, uma vez que usar o valor característico do módulo de elasticidade e o valor médio do deslizamento poderia resultar tensões incorretas.

A análise elástica é permitida também para o estado limite último, devendo-se considerar, para tanto, regime linearmente elástico para a madeira, concreto e a ligação. Tal procedimento é seguro por considerar para o concreto o módulo de deformação longitudinal secante, e para a ligação o módulo de deslizamento secante equivalente. Para o cálculo da força normal e momento

fletor na camada de concreto e na viga de madeira, considera-se o concreto não fissurado, devendo-se empregar armadura no caso de seção fissurada.

## 2.6 Módulo de Deslizamento de uma Ligação

O módulo de deslizamento de uma ligação é um parâmetro que deve representar a rigidez do sistema de conexão, quantificando a resistência oferecida pelo sistema de conexão ao deslocamento paralelo à superfície de contato entre duas peças que compõem uma seção mista. A determinação experimental desse parâmetro é possível através de corpos-de-prova que representem o sistema de ligação, bem como os materiais conectados.

Em razão da inexistência de uma normalização de corpo-de-prova, e de procedimentos para a determinação do módulo de deslizamento da ligação para as estruturas em concreto-madeira, a norma inglesa para as estruturas de concreto-aço BSI 5400/1979 (Steel, concrete and composite bridges) tem sido uma referência para alguns pesquisadores. Na literatura, encontram-se também sugestões de corpos-de-prova como os propostos por RICHART & WILLIAMS (1943) e CECCOTTI (1995).

As indicações do EUROCODE 4 são seguidas por CECCOTTI (1995) dentre outros pesquisadores, cujo procedimento para a determinação do módulo de deslizamento consiste em estabelecer o módulo de deslizamento de serviço  $K_{ser}$  e o módulo de deslizamento último  $K_u$ . O primeiro, que corresponde aos níveis iniciais de carregamento, é obtido pela inclinação da reta secante no início da curva carga  $\times$  deslocamento e no ponto correspondente a 40% da força de ruptura, com seu respectivo deslocamento. Já, o módulo de deslizamento último é representado pela inclinação de uma reta com valor de  $2/3 K_{ser}$ , conforme apresentado na Figura 2.13

Nos procedimentos de cálculo com ligações por pinos, assume-se um sistema de ligação uniformemente distribuído ao longo da superfície de contato entre os dois materiais. Ou seja, a resistência ao deslocamento proporcionada pelos pinos que são discretos, é considerada constante e expressa por unidade de espaçamento dos conectores.

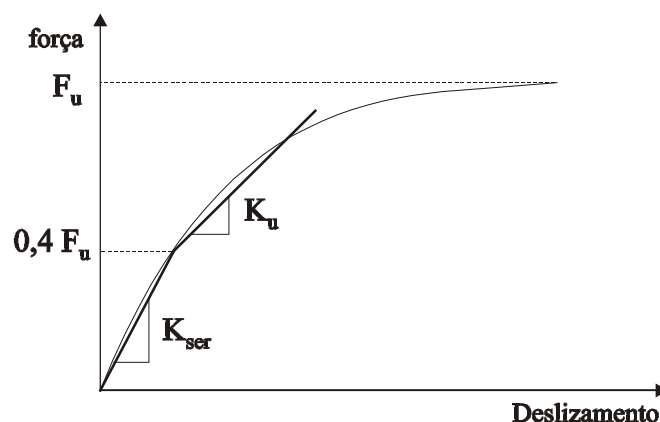


FIGURA 2.13 – Representação do módulo de deslizamento

Essa simplificação adotada para os sistemas de conectores discretos busca aproximar o comportamento dos sistemas por cola. Porém, em razão da flexibilidade, nos pinos metálicos os valores do módulo de deslizamento resultam menores que os apresentados nas ligações por adesivo. Dessa maneira, uma comparação entre a eficiência dos sistemas de ligações por pinos e por adesivos é possível através do módulo de deslizamento por unidade de comprimento  $\bar{K}$ .

### 2.6.1 Caracterização Experimental do Módulo de Deslizamento das Ligações

A confecção de modelos simples de corpos-de-prova para caracterizar o comportamento de ligações de estruturas visa estudar, através de um dispositivo de custo relativamente baixo, quando comparado ao custo de uma viga, as diversas variáveis que influenciam na ação de um conector. Isso torna possível avaliar a capacidade de carga para cada sistema de conector a ser investigado.

Quando os elementos a serem conectados forem constituídos de madeira, a NBR 7190 (1997), em seu anexo C, descreve o processo para caracterizar os diversos tipos de ligações com pinos metálicos, cavilhas, anéis metálicos e chapas com dentes estampados. São indicados para a

caracterização mínima da resistência de uma ligação pelo menos 6 corpos-de-prova; ou um número mínimo de 2 quando na caracterização simplificada.

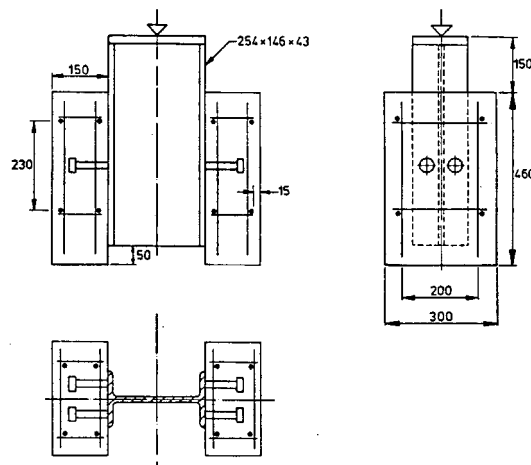
Esta norma define a resistência de uma ligação como sendo a força aplicada a um corpo-de-prova padronizado, que provoca na ligação uma deformação específica residual de 2%.

Para estruturas de madeira estaticamente carregadas, a ISO 6891/83 (Timber structures - joints made with mechanical fasteners - General principles for the determination of strength and deformation characteristics) apresenta um procedimento de ensaio de ligações com conectores mecânicos. Também adverte sobre alguns cuidados a serem tomados em relação à madeira que constituirá a ligação, a saber: influência da água contida na madeira, as propriedades de resistência e ocorrência de fendas oriundas da retração.

A abordagem da metodologia para ensaios de ligações apresentada na literatura incorre em algumas peculiaridades e divergências, principalmente quanto à forma de se representar a conexão. A ISO 6891/83 não contém informações sobre dimensões e formas para exemplares, mas cita que tais detalhes seriam dados à parte.

A NBR 7190 (1997) além de indicar todo um processo de extração do corpo-de-prova, descreve que o exemplar representativo da ligação em análise deva apresentar simetria, contendo 4 pinos metálicos, tanto em carregamentos paralelos quanto normais às fibras.

Tratando-se da ligação entre dois materiais diferentes, a BSI 5400/1979 apresenta um detalhamento de corpo-de-prova simétrico constituído por um perfil de aço envolto por duas lajes em concreto, conforme representado na Figura 2.14.



(medidas em cm)

FIGURA 2.14 – Detalhamento de corpo-de-prova concreto-aço

FONTE: BSI 5400 (1979), p.11.

Na determinação das propriedades de resistência e rigidez, CECCOTTI (1995) sugere que os corpos-de-prova devam representar da melhor forma possível a disposição dos conectores nos elementos estruturais. Para evitar a influência do efeito de grupo, o corpo-de-prova utilizado por CECCOTTI (1995), possui apenas dois conectores, conforme ilustrado na Figura 2.15.

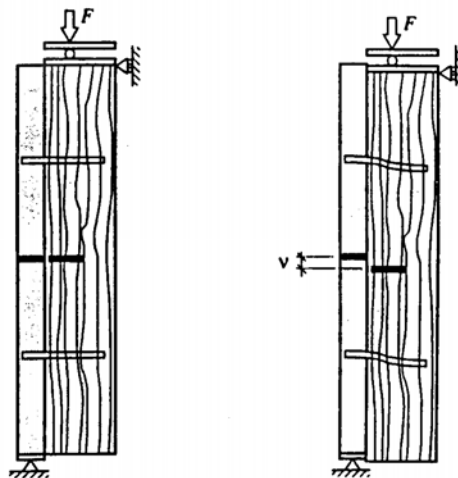


FIGURA 2.15 - Um possível arranjo para determinar o comportamento carga x deslizamento de um sistema de conexão.

FONTE: CECCOTTI (1995), p. 5.



RICHART & WILLIAMS (1943) apresentam resultados de ensaios de exemplares constituídos de um elemento de concreto envolvido por dois outros de madeira, sem presença de gravata externa. Conforme Figura 2.16, verifica-se a presença de 4 conectores metálicos (parafusos) por corpo de prova, os quais são dispostos em três ângulos diferentes. Para o tipo A, o autor descreve maior capacidade suporte, e justifica que o parafuso puxa as superfícies laterais mobilizando, dessa maneira, forças de atrito entre o concreto e a madeira. A disposição formando ângulo de  $45^\circ$  faz com que o parafuso atue na tração, cisalhamento e flexão, concomitantemente.

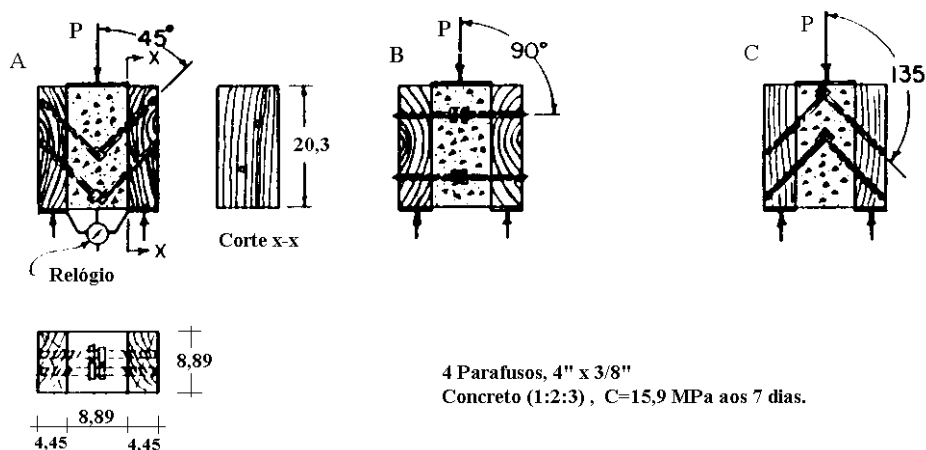


FIGURA 2.16 - Disposição dos parafusos em exemplares

FONTE: Adaptado de RICHART & WILLIAMS (1943), p. 260.

No estudo comparativo de resultados experimentais e computacionais, apresentado por SOUZA & CHAHUD (1998), encontra-se relatado o comportamento de corpos-de-prova em concreto e madeira, onde a ligação entre esses dois materiais é obtida por cavilhas e cantoneiras metálicas. Para a obtenção das curvas carga x deslizamento, foram moldados três corpos-de-prova para cada tipo de conector considerado, conforme Figura 2.17. As dimensões desses corpos-de-prova foram adotadas com base nos estudos de OLLGAARD et al. (1971).

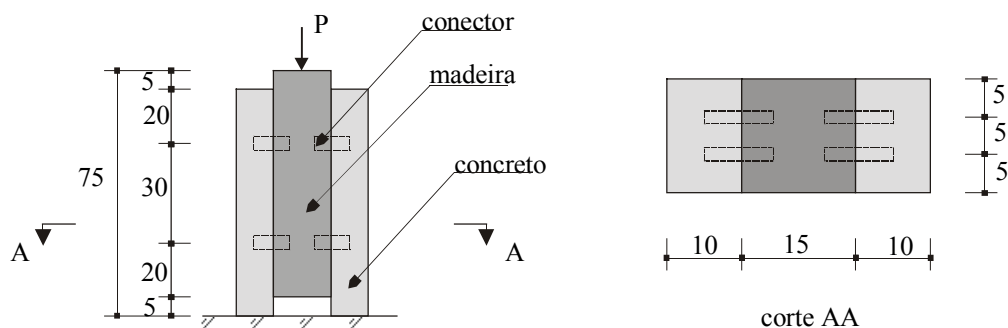


FIGURA 2.17 – Dimensões dos corpos-de-prova (cm)

FONTE: SOUZA & CHAHUD. (1998), p. 375.

SOUZA et al. (1998) estudaram a correlação entre o comportamento de corpos de prova e vigas compostas em concreto madeira, tendo como conectores pregos. Para tanto, um corpo de prova foi moldado como ilustrado na Figura 2.17, e outro onde se utilizou para as dimensões das lajes de concreto as mesmas das vigas “T”, ou seja 55 cm, referente ao trabalho desenvolvido por MAGALHÃES (1997). Assim, foi possível verificar para esse último corpo de prova um deslizamento relativo entre o concreto e a madeira menor que na primeira situação.

Em OLLGAARD et al. (1971) que estudou a resistência de conectores em concreto de peso leve e peso normal, os corpos-de-prova continham dois ou quatro pinos por laje. Para cada corpo-de-prova estudado por JOHNSON & OEHLERS (1981), cada flange do perfil metálico “I” era solidarizada a uma laje em concreto, por dois pinos metálicos. Como elemento de ligação entre concreto e o aço, SIESS (1948) empregou um perfil metálico “C”, para cada uma das lajes de concreto, soldado transversalmente ao eixo longitudinal do perfil “I”.

NEWMARK (1951) apresenta um estudo de ligações em estruturas mistas em aço-concreto, confrontando resultados obtidos de ensaios em corpos-de-prova e também em vigas, retratando a situação real das ligações. Com a finalidade de obter medidas de deslocamentos entre as duas mesas de concreto e o perfil metálico, neste último, apenas um conector (cantoneira metálica) foi soldado para cada laje, conforme ilustra a Figura 2.18.

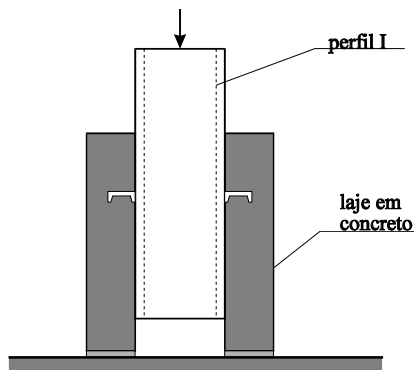
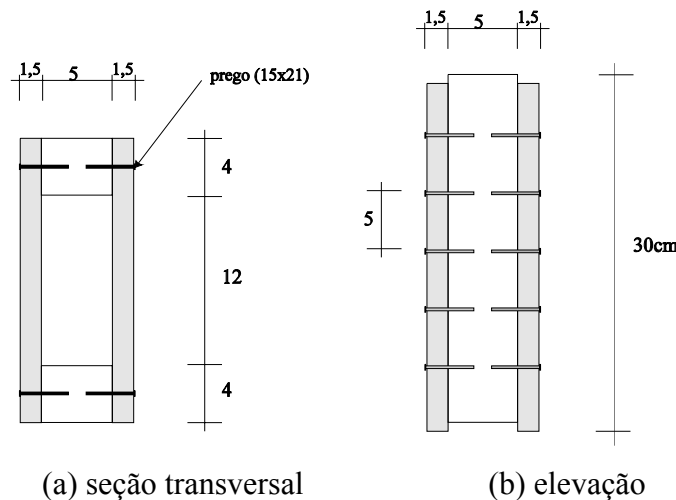


FIGURA 2.18 – Corpo-de-prova de cisalhamento de ligação

FONTE: NEWMARK (1953), p. 77.

No modelo de corpo de prova adotado por SANTANA (1997), para a determinação do módulo de deslizamento em vigas de madeira de seção composta com alma e chapa de compensado, a seção transversal tinha as mesmas dimensões da viga e um comprimento de 30 cm. Conforme ilustrado na Figura 2.19, os elementos da alma em compensado de Virola foram solidarizados às mesas, em madeira da espécie Angico, por pregos (15x21) espaçados a cada 5,0 cm. Três corpos de prova foram ensaiados, e o valor médio do módulo de deslizamento da ligação resultou igual a 2668 N/mm.



(a) seção transversal

(b) elevação

FIGURA 2.19 – Corpo-de-prova seção caixão

FONTE: SANTANA (1997), p.108.

MATTHIESEN (2000), realizou uma série de ensaios de corpos-de-prova de concreto-madeira com a finalidade de verificar a influência de três espécies: *pinus*, *eucalipto* e *cupiúba*, bem como o número de conectores na caracterização do módulo de deslizamento da ligação por parafusos auto-atarrachantes. Os parafusos com diâmetros de 3/8" e 1/2" de diâmetros, foram instalados com um ângulo de 50° em número de 4 ou 8 por corpo-de-prova. Para os corpos-de-prova confeccionados em cupiúba foram obtidos os maiores valores do módulo de deslizamento. MATTHIESEN (2000), também observou problemas de instabilidade para os corpos-de-prova com apenas 4 parafusos. Cada corpo-de-prova foi moldado por 2 prismas de concreto (10 cm x 30 cm x 42 cm) ligados ao prisma central de madeira também medindo 10 cm x 30 cm x 42 cm.

Dos modelos vistos acima, verifica-se na sugestão proposta por CECCOTTI (1995), Figura 2.15, que a introdução de esforços de momento devido a forma não simétrica do corpo-de-prova dificulta a realização de ensaios. No modelo proposto por RICHART & WILLIAMS (1943), a simetria do corpo-de-prova permite, através de um ensaio de compressão, caracterizar a capacidade em transferir o esforço de cisalhamento na interface de ligação concreto-madeira.

Em conformidade com as padronizações de ensaio da NBR 7190 (1997) e ISO 6891/83, não se deve simplesmente carregar o exemplar de forma progressiva até que o mesmo alcance a ruptura, mas sim procedendo com carregamento e descarregamento, monitorando-se a intensidade de carga em função do tempo. As Figuras 2.20 e 2.21 representam tais procedimentos de carga conforme ISO 6891/83 e NBR 7190 (1997), respectivamente. Para tanto, é necessário que seja determinado o valor máximo da carga que, segundo a norma brasileira de projetos de estruturas de madeira, pode ser obtido por processo de carregamentos e descarregamentos sucessivos até atingir uma deformação específica residual de 5%.

Os respectivos procedimentos de testes dos corpos de prova, bem como, o conteúdo do relatório de ensaio podem ser vistos com detalhes em ISO 6891/83 e NBR 7190 (1997).

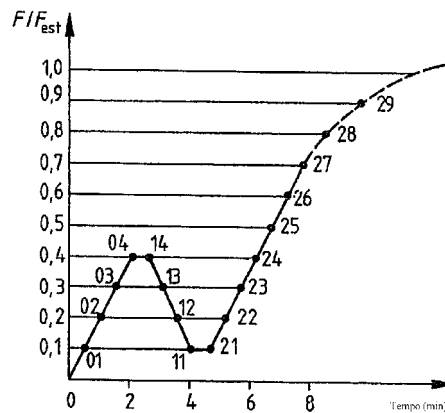


FIGURA 2.20 - Procedimento de carregamento para testes

Fonte: ISO 6891/83, p. 3.

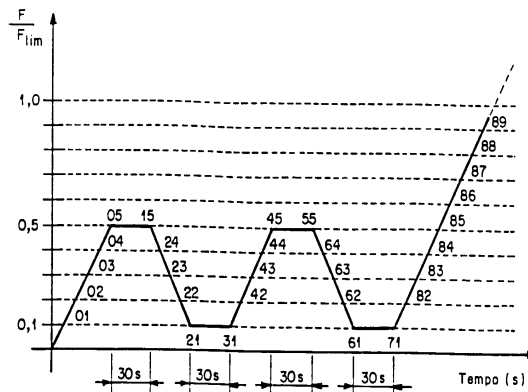


FIGURA 2.21 - Procedimento de carregamento para testes

Fonte: NBR 7190 (1997), p.76.

## 2.6.2 Expressões para Estimativa do Módulo de Deslizamento

STEVANOVICK(1996) sugere a expressão 2.01 para estimar o módulo de deslizamento,  $K_{serv}$ , com base nas indicações do EUROCODE 5/93, na qual se deve considerar as densidades dos materiais e o diâmetro do pino a ser utilizado. No caso de materiais com diferentes densidades, como no caso das estruturas mistas em concreto e madeira, utilizar-se-á uma densidade equivalente para os dois materiais,  $\rho_k$ . Nessas expressões, a densidade deve estar na

unidade de kgf/m<sup>3</sup>, o diâmetro  $\phi$  do conector em milímetro, assim o módulo de deslizamento resultará em N/mm.

$$K_{ser} = \frac{\rho_k^{1,5} * \phi}{20} \quad (2.01)$$

onde:  $\rho_k = \sqrt{\rho_{k1} \cdot \rho_{k2}}$

CECCOTTI (1995) apresentou a expressão 2.02 para a determinação do módulo de deslizamento em estado de serviço,  $K_{ser}$ , na qual considera o módulo de elasticidade médio da madeira e o diâmetro do conector. Considera válida a expressão 2.02 para concreto com resistência à compressão  $f_{c,cube}$ , maior ou igual a 30 MPa, e que o comprimento de embutimento do conector no concreto seja maior que três vezes o seu diâmetro.

$$K_{ser} = 0,125 \cdot \phi \cdot E_c \quad (N/mm) \quad (2.02)$$

Nas aplicações de vigas contínuas compostas de madeira, PFEIL (1985) alerta para a redução da eficiência da ligação deformável quando comparada com a de vigas simplesmente apoiadas. Para efeito de cálculo, deve-se então adotar um vão teórico igual a 4/5 do vão real, que representará um acréscimo de 56% no coeficiente k. Já, para as vigas em balanço, o autor aponta um aumento da eficiência do sistema de conexão, e portanto adota para o cálculo um vão teórico igual ao dobro do comprimento do balanço.

GUTKOWSKI e CHEN (1996), buscando identificar as possíveis variáveis que interferem diretamente no módulo de deslizamento de um sistema de ligação flexível por pregos, apresentam algumas informações referentes ao ensaio de 72 corpos-de-provas em concreto e madeira. Dessa série de ensaios verificaram que a resistência do concreto possui um maior efeito sobre o valor do módulo de deslizamento, enquanto que o tipo do prego afeta o valor da carga de ruptura. Como consequência, GUTKOWSKI e CHEN (1996) descrevem que ao iniciar o deslizamento relativo, a maior deformação é notada na interface da ligação, mas a ruptura do corpo-de-prova ocorre com a falha do prego.

## **2.7 Modelos para Análise de Vigas Compostas**

Os modelos matemáticos para a representação do comportamento de estruturas mistas em geral propostos na literatura são abordados com ênfase no método baseado no princípio de equações de equilíbrio, e o método baseado no princípio da energia. Diferente das estruturas mistas em concreto-madeira, existem diversas publicações para as estruturas em aço-concreto, incluindo normas internacionais, como por exemplo a BS 5400 (1979), bem como a nacional NBR 8800/86 (Projeto e execução de estruturas de aço de edifício). Tendo em vista a complexidade que envolve o comportamento das estruturas com seções mistas, algumas simplificações são assumidas para uma abordagem aproximada dos resultados.

### **2.7.1 Método de Cálculo para Estruturas Mistas em Concreto-madeira com Base no Princípio de Equações de Equilíbrio**

Em STEVANOVIC (1996), acha-se indicado o uso da teoria da elasticidade para a determinação dos esforços em vigas mistas em concreto-madeira, devendo-se seguir as concepções básicas:

- madeira e concreto são considerados materiais elásticos isotrópicos, sendo válida a lei de Hooke;
- hipótese de Bernoulli-Navier é válida, isto é, seções planas permanecem planas e perpendiculares ao eixo da seção após deformação;
- madeira e concreto apresentam deslocamentos verticais iguais em todos os pontos de conexões;
- conectores são discretos, porém considerados como conexões equivalentes contínuas com constante elástica;
- caso haja carga axial, será aplicada no centro de gravidade da flange de concreto.

O deslizamento entre ambos os materiais é representado pela razão entre a tensão de cisalhamento na superfície da ligação  $T_s$  e o módulo de deslizamento  $K$  (N/m):

$$\delta(x) = \frac{T_s(x)}{K} \quad (2.03)$$

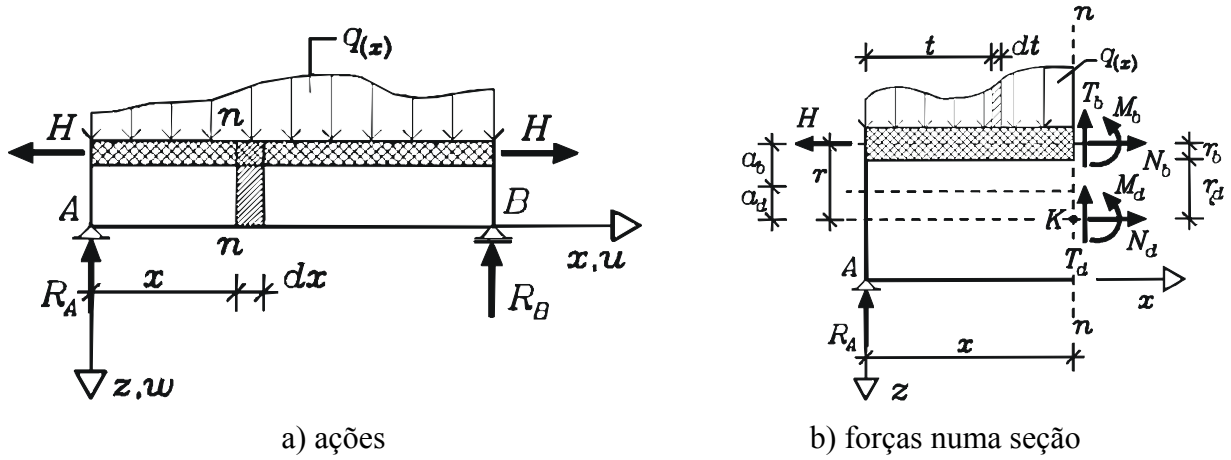


FIGURA 2.22 - Ações e reações em viga mista concreto-madeira

FONTE: STEVANOVIC (1996), p. 426.

Das condições de equilíbrio da seção à esquerda  $n-n$  da Figura 2.22, têm-se as expressões de equilíbrio de forças:

- somatória das forças na direção  $x$ :

$$N_b + N_d - H = 0 \quad (2.04)$$

- somatória das forças na direção  $z$ :

$$T_b + T_d + R_A - \int_0^x q(t)dt = 0 \quad (2.05)$$

$$\text{sendo: } T_b + T_d = T_x \quad (2.06)$$



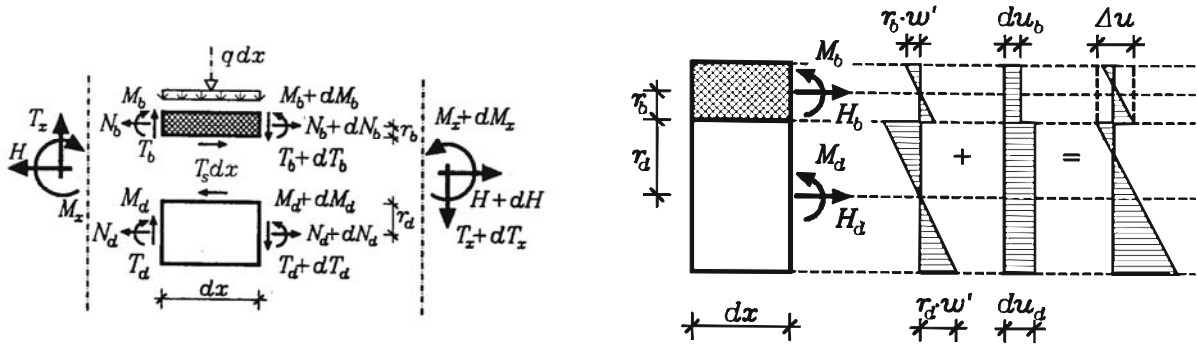
Da somatória do momento em torno do ponto k, tem-se:

$$M_b + M_d - N_b \cdot r + H \cdot r - R_A \cdot x + \int_0^x (x - t)q(t)dt = 0 \quad (2.07)$$

sendo:  $M_b + M_d - N_b \cdot r = M_x - H \cdot r$  (2.08)

onde:  $T_x = R_A - \int_0^x q(t)dt$  (2.09)

$$M_x = R_A \cdot x + \int_0^x (x - t)q(t)dt = 0 \quad (2.10)$$



(a) Esforços internos num elemento diferencial

(b) Distribuição de deformações

FIGURA 2.23 – Vistas laterais de um elemento infinitesimal

FONTE: STEVANOVIC (1996), p. 427.

Das condições de equilíbrio de um elemento de concreto  $dx$ , à distancia  $x$  da origem da ordenada, tem-se:

$$T_s = -\frac{dN_b}{dx} \quad (2.11)$$

Assumindo que a força  $H$  é constante ao longo do comprimento, então:

$$\frac{dH}{dx} = 0 \quad (2.12)$$

Das considerações de equilíbrio, pode-se escrever:

$$T_x = \frac{dM_x}{dx} \quad (2.13)$$

Do equilíbrio de forças no elemento de concreto, obtém-se:

$$T_b = T_s \cdot r_b + \frac{dM_b}{dx} \quad (2.14)$$

Do equilíbrio de forças no elemento de madeira, obtém-se:

$$T_d = T_s \cdot r_d + \frac{dM_d}{dx} \quad (2.15)$$

Considerando que as curvaturas são iguais para o concreto e madeira, e negligenciando as deformações de cisalhamento e o encurtamento do eixo, a curvatura é expressa por:

$$w'' = -\frac{M_b}{E_b I_b} = -\frac{M_d}{E_d I_d} \quad (2.16)$$

onde:  $E_b I_b$  e  $E_d I_d$  são as rigidezes de flexão das seções de concreto e de madeira, respectivamente.

Combinando as equações 2.4, 2.8 e 2.16, obtém-se:

$$M_b = \frac{E_b I_b}{EI_0} [M_x - (H - N_b) \cdot r] \quad (2.17)$$

$$M_d = \frac{E_d I_d}{EI_0} [M_x - (H - N_d) \cdot r] \quad (2.18)$$

$$\text{com: } EI_0 = E_b I_b + E_d I_d \quad (2.19)$$

A expressão 2.19 representa a rigidez de curvatura de uma seção não composta.

Das condições de compatibilidade na interface de ligação entre a madeira e o concreto, o deslocamento total na conexão será:

$$\Delta u = du_d - du_b + w' \cdot r \quad (2.20)$$

$$\text{onde: } du_b = \frac{N_b dx}{A_b E_b} \quad (2.21)$$

$$du_d = \frac{N_d dx}{A_d E_d} \quad (2.22)$$

$$\Delta u = \frac{T_s}{K} = -\frac{dN_b}{dx} \cdot \frac{1}{K} \quad (2.23)$$

Diferenciando-se a Equação 2.20, e levando-a em 2.21, 2.22 e 2.23, obtém-se:

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_d - \varepsilon_b + w'' \cdot r \quad (2.24)$$

$$\Delta \varepsilon = -\frac{d^2 N_b}{dx^2} \cdot \frac{1}{K} \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_b = \frac{N_b}{A_b E_b} \quad (2.26)$$

$$\varepsilon_d = \frac{N_d}{A_d E_d} \quad (2.27)$$

$$w'' = -\left[ \frac{M_x - (H - N_b) \cdot r}{EI_0} \right] \quad (2.28)$$

Pela combinação das Eqs. 2.24 a 2.27, tem-se a equação diferencial básica do problema em função da força normal no concreto:

$$\frac{d^2 N_b}{dx^2} - \alpha^2 N_b = \beta \cdot M_x - \gamma \cdot H \quad (2.29)$$

$$\text{onde: } \alpha^2 = K \left( \frac{1}{A_b E_b} + \frac{1}{A_d E_d} + \frac{r^2}{EI_0} \right) \quad (2.30)$$

$$\beta = \frac{K \cdot r}{EI_0} \quad (2.31)$$

$$\gamma = K \left( \frac{1}{A_d E_d} + \frac{r^2}{EI_0} \right) \quad (2.32)$$

A combinação das Eqs. 2.28 e 2.29 resulta numa equação diferencial de quarta ordem, considerando o deslocamento  $w$  para a viga composta de concreto-madeira, simplesmente apoiada, sujeita ao carregamento conforme Figura 2.22a:

$$w^{IV} - \alpha^2 w^{II} = \frac{\alpha^2 M_x}{EI_\infty} - \frac{M_x^{II}}{EI_0} - \frac{\alpha^2 H \cdot a_{b\infty}}{EI_\infty} \quad (2.33)$$

$$\text{onde: } EI_\infty = \frac{EI_0}{\alpha^2 - \beta \cdot r} = E_d I_d + E_b I_b + \frac{r^2 E_d A_d E_b A_b}{E_d A_d + E_b A_b} \quad (2.34)$$

A expressão 2.34 representa a rigidez de flexão para ação composta total. O termo  $a_{b\infty}$ , que representa a distância entre o centro de gravidade da seção rigidamente composta ao c.g. da seção de concreto, é obtido por:

$$\frac{r(\alpha^2 - \gamma)}{(\alpha^2 - \beta \cdot r)} = \frac{r \cdot E_b A_b}{E_d A_d + E_b A_b} = a_{b\infty} \quad (2.35)$$

A solução geral da equação diferencial 2.33 é dada por:

$$w = a_1 \sinh(\alpha x) + a_2 \cosh(\alpha x) + a_3 + a_4 + w_p \quad (2.36)$$

onde:  $a_1$  até  $a_4$  são constantes que dependem das condições de contorno (condições de apoio), e  $w_p$  é solução particular que depende do carregamento externo.

Quando a solução para  $w$  é conhecida, para uma dada condição de contorno, as forças internas podem ser facilmente calculadas.

$$M_b = -w^{\text{II}} \cdot E_b I_b \quad (2.37)$$

$$M_d = -w^{\text{II}} \cdot E_d I_d \quad (2.38)$$

Pela substituição da Eq. 2.37 em 2.17 obtém-se  $N_b$ , que é a força resultante da tensão normal na seção transversal de concreto, e da Expressão 2.39 em 2.4, a resultante da tensão normal na madeira, respectivamente:

$$N_b = \frac{H \cdot r - M_x - w^{\text{II}} \cdot EI_0}{r} \quad (2.39)$$

$$N_d = \frac{M_x + w^{\text{II}} \cdot EI_0}{r} \quad (2.40)$$

A tensão de cisalhamento entre o concreto e a madeira é obtida combinando-se as Equações 2.39 e 2.11:

$$T_s = \frac{M_x^{\text{I}} + w^{\text{III}} \cdot EI_0}{r} \quad (2.41)$$

### **2.7.2 Métodos de Cálculo para Estruturas Mistas em Aço-concreto com Base no Princípio de Equações de Equilíbrio**

NEWMARK (1951), com base na teoria da elasticidade, apresenta equacionamento aplicado às estruturas mistas em aço-concreto, considerando portanto que o grau de interação entre a laje e a viga depende diretamente da rigidez da conexão e da força de cisalhamento horizontal na junção entre os dois materiais.

Nesse procedimento, onde as distribuições das deformações sobre as alturas da laje e da viga são lineares, o módulo de deslizamento dos conectores é um termo desconhecido na equação

diferencial e independe das dimensões da estrutura e das propriedades dos materiais, porém como já visto, deve ser obtido experimentalmente. Assim, como considera NEWMARK (1951), a conexão de cisalhamento entre laje e viga “I” é assumida contínua ao longo do comprimento da viga, e os deslocamentos verticais são assumidos iguais tanto para a laje quanto para a viga em qualquer ponto da viga.

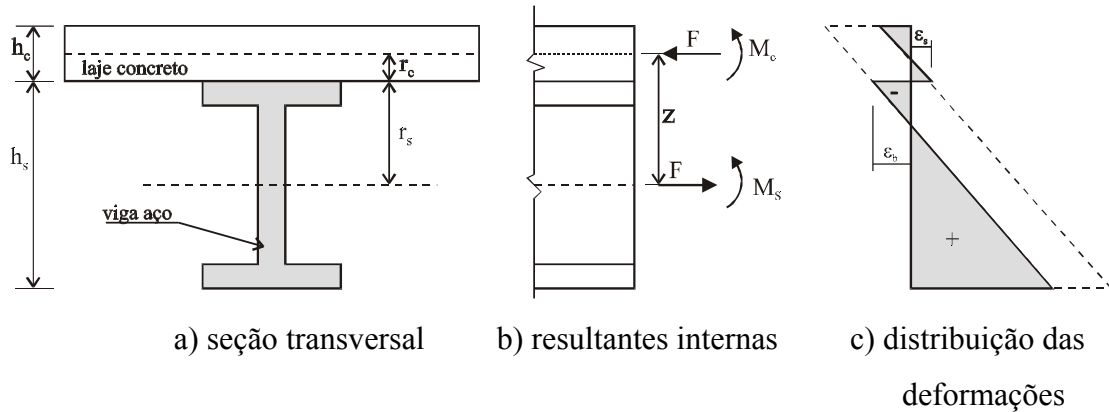


FIGURA 2.24 - Viga T composta com interação parcial

FONTE: NEWMARK (1951), p. 84.

O deslizamento relativo entre a laje e a viga é dado por:

$$\delta = \frac{T}{K} = \frac{T_s \cdot s}{K} \quad (2.42)$$

onde:  $K$  é o módulo de deslizamento do conector;  $T$  = força no conector;  $T_s$  é o cisalhamento horizontal por unidade de comprimento da viga;  $s$  é o espaçamento dos conectores.

A força por unidade de comprimento  $T_s$  é igual a variação da resultante no comprimento da viga, assim pode-se escrever:

$$\delta = \frac{s}{K} \frac{dT}{dx} \quad (2.43)$$

A taxa de variação do deslizamento é igual a:

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{s}{K} \frac{d^2T}{dx^2} \quad (2.44)$$

A variação do deslizamento representa a diferença de deformação entre a laje e a viga, no mesmo nível que ocorre o deslizamento. Seguindo-se as notações da Figura 2.24c, tem-se a expressão:

$$\frac{d\delta}{dx} = \varepsilon_s - \varepsilon_c \quad (2.45)$$

Como a distribuição de deformações é assumida linear em toda a altura da seção, escreve-se:

$$\varepsilon_c = -\frac{F}{E_c A_c} + \frac{M_c r_c}{E_c I_c} \quad \varepsilon_s = \frac{F}{E_s A_s} - \frac{M_s r_s}{E_s I_s} \quad (2.46 \text{ a , b})$$

onde:  $E_c$  e  $E_s$  são os módulos de elasticidade;  $I_c$  e  $I_s$  são os momentos de inércia; e  $A_c$  e  $A_s$  são as seções transversais da laje e da viga-I, respectivamente.

Substituindo-se essas expressões na Equação 2.45, e da igualdade das Equações 2.44 e 2.45, obtém-se:

$$\frac{s}{K} \frac{d^2F}{dx^2} = F \left( \frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} \right) - \left( \frac{M_c r_c}{E_c I_c} + \frac{M_s r_s}{E_s I_s} \right) \quad (2.47)$$

$M_c$  e  $M_s$  são desconhecidos e podem ser escritos em termos do momento externo  $M$  e a força resultante  $F$ :

$$M = M_c + M_s + F \cdot r \quad (2.48)$$

Da consideração que a laje e a viga-I apresentam a mesma flecha, tem-se a mesma elástica:

$$\frac{M_c}{E_c I_c} = \frac{M_s}{E_s I_s} = \frac{M - F \cdot r}{E_c I_c + E_s I_s} \quad (2.49)$$

Substituindo-se a Equação 2.49 na Equação 2.47, e empregando-se as expressões:

$$\Sigma EI = E_c I_c + E_s I_s \quad (2.50)$$

$$\overline{EI} = \Sigma EI + \overline{EA} \cdot r^2 \quad (2.51)$$

$$\frac{1}{\overline{EA}} = \frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} \quad (2.52)$$

Escreve-se da equação 2.47:

$$\frac{d^2 F}{dx^2} - \frac{K}{s} \frac{\overline{EI}}{EA \Sigma EI} F = - \frac{K}{s} \frac{r}{\Sigma EI} M \quad (2.53)$$

A equação diferencial 2.53 é a expressão geral para a força resultante  $F$ . Como o valor do momento externo varia ao longo da posição  $x$  e do tipo de carregamento, esta expressão deve ser resolvida para cada tipo de carregamento. Encontrado o valor de  $F$ , todas as demais resultantes internas atuantes em qualquer seção transversal da viga são conhecidas e as expressões para o deslizamento, cisalhamento na superfície de ligação entre os elementos, deformações e deslocamentos verticais podem ser derivadas. NEWMARK (1951), desenvolveu nessa referência as expressões para o caso de carregamento com uma carga concentrada.

Através de equações de equilíbrio, na NBR 8800 (1986), apresentam-se critérios de dimensionamento de estruturas mistas em aço-concreto. As expressões foram desenvolvidas



considerando-se as hipóteses de interação completa e interação parcial, podendo ser aplicadas também em construções nas quais a fôrma é incorporada à laje de concreto.

### **2.7.3 Métodos de Cálculo para Estruturas Mistas em Aço-concreto Considerando Efeitos Dependentes do Tempo**

Para vigas mistas em concreto-aço com conectores flexíveis, TARANTINO & DEZI (1992) apresentam, com base nos estudos desenvolvidos por NEWMARK, uma abordagem considerando-se as hipóteses da teoria da elasticidade. O comportamento linear para ambos os materiais é admitido numa análise de carregamento de curta duração. Através das equações de equilíbrio e das condições de contorno, a distribuição de momento fletor para o concreto e aço é obtida. Em seguida, obtêm-se as resultantes normais na mesa e no perfil de aço; por conseguinte, podem ser determinadas a tensão de cisalhamento por unidade de comprimento, as deformações e tensões normais para cada material da seção da viga.

TARANTINO & DEZI (1992) apresentam também o equacionamento para análise com consideração de deformação da estrutura no tempo. Nessa abordagem, adotam-se para o aço um comportamento elástico linear, o que é justificado pelo baixo nível de tensões quando em carregamento de serviço.

Já para o concreto, descrevem que em condições normais ambiente, negligenciando-se a umidade e a temperatura, a deformação pode ser considerada como função linear da tensão. Essa linearidade contém o princípio da superposição, através do qual as deformações, correspondentes a incrementos de tensões aplicadas em tempos diferentes, podem ser somadas. Assim, a lei constitutiva que representa o efeito de fluência para a laje em concreto é indicada por

$$\varepsilon_{c,tot}(t) - \varepsilon^{sh}(t) = \int_0^t J(t, \tau) d\sigma(\tau) \quad (2.54)$$

onde:  $t$  = tempo decorrido do lançamento do concreto;  $\varepsilon^{sh}(t)$  = deformação de retração (deformação inelástica);  $\varepsilon_{c,tot}(t)$  = deformação axial total;  $J(t, \tau)$  = função de fluência, que é definida como a deformação no tempo  $t$  causada por tensão constante atuando no intervalo de tempo de  $\tau$  a  $t$ .

## 2.7.4 Métodos de Cálculo para Estruturas Compostas de Madeira

McCUTCHEON (1986) propôs uma rotina de cálculo para estimar a flecha, rotação e deslizamento de interface de vigas compostas em madeira bi-apoiadas. Para considerar o efeito das propriedades diferentes das peças, utilizou o processo da seção transformada, modificando dessa maneira a rigidez axial das mesas que formam uma seção “T”. Os resultados teóricos comparados com valores de ensaios alcançaram boas aproximações para a estimativa das rigidezes das vigas compostas. O mesmo não ocorreu para as previsões das cargas de ruptura dessas vigas. McCUTCHEON (1986) atribuiu a essa diferença entre os resultados, o fato da teoria assumir relação linear para o deslizamento, enquanto que na realidade o comportamento é não-linear.

Considerando-se uma seção “T”, conforme ilustrado na Figura 2.25, sendo  $EI_0$  a rigidez à flexão se a alma e a mesa são completamente desconectadas, a rigidez à flexão da alma não ligada rigidamente à mesa, é obtida pela expressão:

$$EI = EI_0 + \frac{(EA_1)(EA_w)}{EA_1 + EA_w \left( 1 + 10 \frac{EA_f}{K \cdot l_f^2} \right)} r^2 \quad (2.55)$$

Onde:  $K$  = módulo de deslizamento,  $r$  = distância entre centróides da mesa e alma,  $l_f$  = distância entre descontinuidades,  $A_f$  = área da flange,  $A_w$  = área da alma.

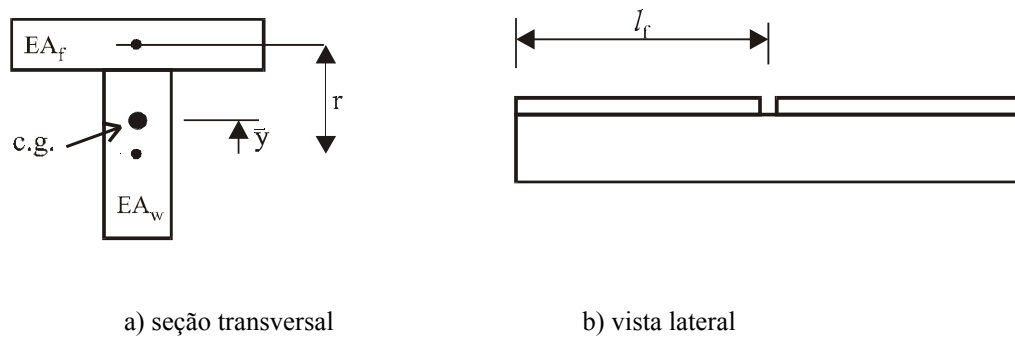


FIGURA 2.25 - Nomenclatura para viga composta

FONTE: Adaptado de McCUTCHEON (1986), p. 1626.

A equação da elástica é apresentada por McCUTCHEON (1986), assumido uma função senoidal:

$$y = w \cdot \sin \pi \frac{x}{l} \quad (2.56)$$

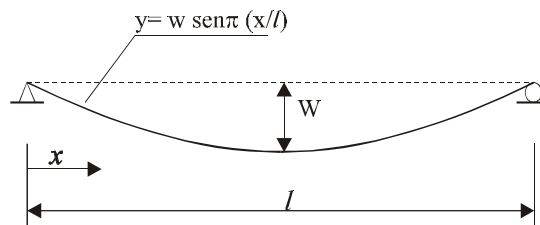


FIGURA 2.26 - Modelo da elástica para estimativa do deslizamento

FONTE: McCUTCHEON (1986), p. 1627.

Diferenciando a equação anterior obtém-se a expressão para o cálculo da rotação:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\pi \cdot w}{l} \cos \pi \frac{x}{l} \quad (2.57)$$

Nos apoios, onde ocorre a máxima deformação de cisalhamento, o deslizamento é igual a rotação multiplicada pela distância da superfície de deslizamento até a linha neutra:

$$\delta = \frac{\pi \cdot w}{l} \left( \frac{h_w}{2} - \bar{y} \right) \quad (2.58)$$

onde:  $\delta$  = deslocamento referente à mesa;  $h_w$  = altura da alma;  $w$  = deslocamento vertical no meio do vão da viga; e  $l$  = vão da viga.

A expressão (2.58) considera que a mesa é contínua (sem fendas). Para situações de mesa com fendas, a expressão 2.58 deve ser multiplicada pela razão  $l_f/l$ . O valor de  $l_f$  é representado na Figura 2.25b, e representa na direção longitudinal a distância da origem da viga até a fenda da mesa.

Em WILKINSON (1972) o comportamento de deslizamento em ligações de estruturas de madeira é representado por expressões com base na teoria de fundação elástica. Na verdade, trata-se de uma simplificação da teoria apresentada por KUENZI, na qual o prego é assumido como sendo uma viga suportada por fundação elástica.

A equação diferencial da curva elástica de uma viga suportada em fundação elástica é representada por:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -k \cdot w \quad (2.59)$$

onde:  $EI$  = rigidez da viga;  $E$  = módulo de elasticidade;  $I$  = momento de inércia;  $w$  = flecha;  $x$  = abscissa de um ponto; e  $k$  = módulo de fundação.

A solução da Equação 2.59 resulta em expressões para o cálculo da flecha, momento fletor e cisalhamento, envolvendo um parâmetro  $\lambda$ :

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} \quad (2.60)$$

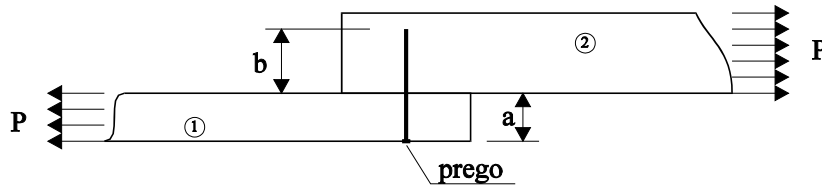


FIGURA 2.27 - Ligação entre dois elementos de madeira

FONTE: WILKINSON (1972), p.2007.

A relação entre força  $P$  e o deslizamento  $\delta$  entre dois elementos de madeira, ligados com pregos, é dada por:

$$\delta = P \left[ 2(L_1 + L_2) - \frac{(j_1 - j_2)^2}{(K_1 + K_2)} \right] \quad (2.61)$$

Os fatores  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $j_1$ ,  $j_2$ ,  $K_1$  e  $K_2$  expressam combinações hiperbólicas e trigonométricas em função de  $\lambda_1 a$  e  $\lambda_2 b$ , onde:  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são obtidos da expressão 2.60 para os elementos 1 e 2, respectivamente. As profundidade de penetração do prego,  $a$  e  $b$  estão representadas na Figura 2.27. O desenvolvimento dos fatores utilizados na Expressão 2.61 pode ser visto em WILKINSON (1972).

### 2.7.5 Métodos de Cálculo para Estruturas Compostas de Madeira, Abordando o Princípio da Energia

WHEAT & CALIXTO (1994) apresentam o equacionamento para vigas de madeira em duas camadas e viga-coluna, mediante conceitos de princípio da energia. Dentre as diversas considerações apresentadas pelo autor, destacam-se que o elemento é assumido esbelto, com deslocamentos transversais finitos enquanto que os deslocamentos longitudinais são infinitesimais, e que não existe atrito entre as duas camadas.

A energia potencial total  $U$ , é resultante da energia de deformação axial e de flexão na deformação de madeira  $U_B$ , da energia de deformação associada ao deslizamento do conector  $U_C$ , e da energia potencial das cargas externamente aplicadas  $U_L$ ; analiticamente pode-se escrever:

$$U = U_B + U_C + U_L \quad (2.62)$$

**Energia de deformação axial e de flexão:** o elemento é assumido de comprimento  $l$  e com duas camadas, podendo cada qual ser de materiais com propriedades diferentes e/ou diferentes propriedades geométricas. Para considerar as contribuições dos deslocamentos longitudinal e transversal nas deformações normais, utiliza-se a expressão deslocamento  $x$  deformação de Lagrange:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right)^2 \right] \quad (2.63)$$

onde:  $v_1$  = deslocamento paralelo a dimensão longitudinal do elemento;  $v_2$  = deslocamento transversal do elemento.

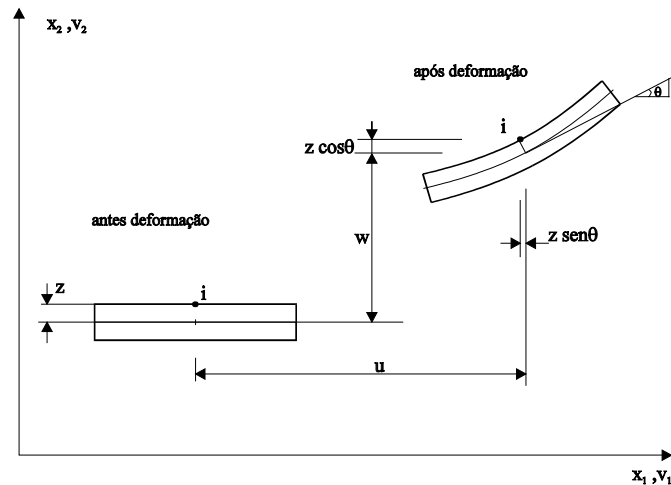


FIGURA 2.28 - Geometria da deformação da viga

FONTE: WHEAT & CALIXTO (1994), p. 1912.

A Figura 2.28 apresenta a posição antes da deformação e após deformação de um elemento esbelto, onde os deslocamentos  $v_1$  e  $v_2$  são:

$$v_1 = u - z \cdot \sin \theta \quad (2.64)$$

$$v_2 = w + z \cdot \cos \theta \quad (2.65)$$

$$\text{sendo: } \theta = \arctan\left(\frac{dw}{dx}\right) \quad (2.66)$$

$u$  = deslocamento axial no meio da espessura da camada;  $w$  = deslocamento transversal à meia espessura da camada;  $z$  = metade da espessura da camada.

Substituindo as expressões para os deslocamentos  $v_1$  e  $v_2$  na relação deslocamento  $x$  deformação dada pela equação 2.63, e expandindo-a, obter-se-á a expressão para a deformação longitudinal:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} = & u' + \frac{1}{2}(u')^2 + \frac{1}{2}(w')^2 + \frac{z^2}{2}(w'')^2 \frac{1}{(1+w'^2)^2} - \\ & (1+u') \left[ z w'' \frac{1}{(1+w'^2)} \cos(\arctan w') \right] - z w' w'' \frac{1}{(1+w'^2)} \sin(\arctan w') \end{aligned} \quad (2.67)$$

Esta expressão define a relação deformação  $x$  deslocamento, independentemente da magnitude das deformações e deslocamentos. Como resultado de um estudo da equação anterior, WHEAT & CALIXTO (1994) apresentam uma expressão simplificada para a relação deformação  $x$  deslocamento, com significado prático e com precisão satisfatória para rotações finais dos elementos que formam a estrutura.

$$\varepsilon_{xx} = u' + \frac{1}{2}(w')^2 - z \cdot w'' \quad (2.68)$$

Com as deformações longitudinais internas definidas em termos dos deslocamentos, a expressão para a energia de deformação da madeira pode ser escrita:

$$U_B = \sum_{i=1}^2 \int_{V_i} \frac{E_i}{2} (\varepsilon_{xxi})^2 dV_i \quad (2.69)$$

Substituindo a Expressão 2.68 em 2.69 e simplificando as integrais sobre o comprimento do membro, tem-se que certas integrais desaparecem para uma seção retangular:

$$U_B = \sum_{i=1}^2 \frac{E_i A_i}{2} \int_l \left[ u_i'^2 + \frac{1}{4} (w')^4 + u_i' (w')^2 \right] dx + \sum_{i=1}^2 \frac{E_i I_i}{2} \int_l (w'')^2 dx \quad (2.70)$$

**Energia de deformação associada ao deslizamento:** embora o deslizamento tenha duas componentes de deformações, da madeira e dos conectores, é representado analiticamente como uma força transmitida por cisalhamento puro, expresso como uma função total da deformação da ligação.

O deslizamento na interface entre as duas camadas, medido no plano de deslizamento após carregamento, é escrito por:

$$\bar{\delta} = \left[ u_2 - u_1 - \frac{1}{2} (h_1 + h_2) \sec(\arctg w') \right] \quad (2.71)$$

onde:  $u_i$  = deformação axial da camada  $i$  paralela à posição não deformada e  $h_i$  = espessura da camada  $i$ .

Considerando-se  $\delta$  o deslizamento na direção indeformada, e estando a rotação limitada no máximo em  $10^0$ , a Eq. 2.71 torna-se:

$$\delta = \bar{\delta} = \left[ u_2 - u_1 - \frac{1}{2} (h_1 + h_2) w' \right] \quad (2.72)$$



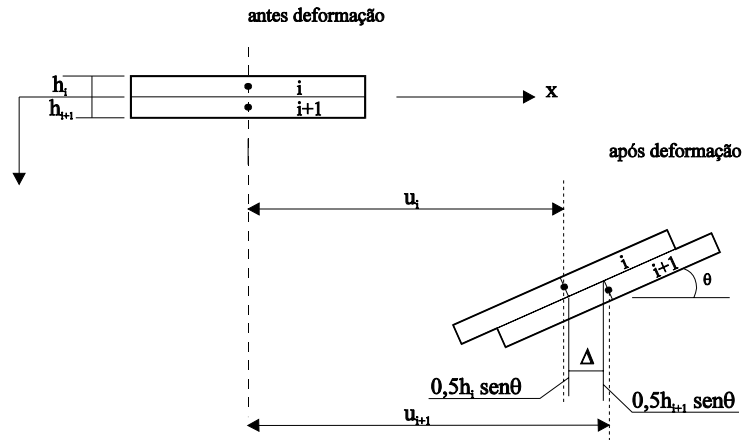


FIGURA 2.29 - Relação deslocamento - deslizamento

FONTE: WHEAT & CALIXTO (1994), p. 1914.

Considerando os conectores com espaçamentos próximos, e substituídos por uma conexão de cisalhamento contínua, a força por unidade de comprimento resulta:

$$T_s = \frac{n \cdot F}{s} \quad (2.73)$$

onde:  $F$  = força no conector;  $n$  e  $s$  são o número e o espaçamento dos conectores.

Conhecido o deslocamento  $\Delta$ , mediante expressão 2.72, o trabalho total realizado pelos conectores sobre o comprimento do elemento pode ser escrito como:

$$U_c = \int_l \frac{n \cdot F}{s} \Delta dx \quad (2.74)$$

O modelo proposto por FOSCHI & BONAC (1977), para representar a relação força  $\times$  deslizamento na ligação, é adotado:

$$F = (P_0 + P_1 \Delta) \left[ 1 - \exp \left( - \frac{k \Delta}{P_0} \right) \right] \quad (2.75)$$

onde:  $F$  = força no prego;  $k$  = módulo tangente ou inclinação inicial;  $P_1$  = inclinação para grandes deslizamentos;  $P_0$  = valor da carga para assíntota do carregamento último; e  $\Delta$  = deslizamento medido na ligação.

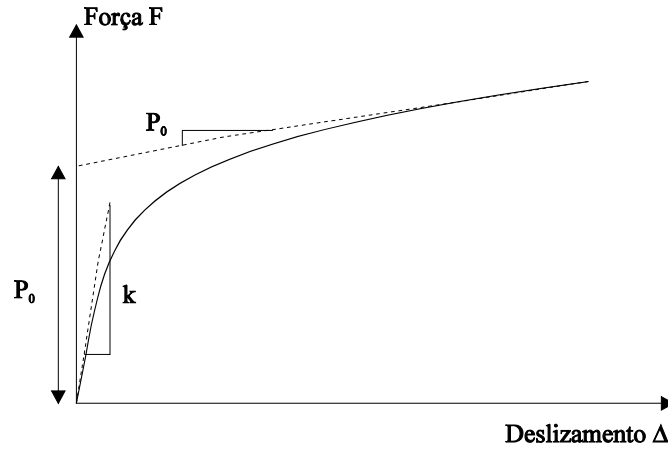


FIGURA 2.30 - Parâmetros de ajuste para força x deslizamento

FONTE: FOSCHI & BONAC (1977), p. 118.

Pode-se então escrever:

$$U_c = \int_l \frac{n \cdot \Delta}{s} (P_0 + P_1 \cdot \Delta) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{k \cdot \Delta}{P_0}\right) \right] dx \quad (2.76)$$

**Energia Potencial de cargas externamente aplicadas:** essa componente é igual ao trabalho negativo realizado pelas forças externas durante a deformação do elemento:

$$U_L = - \int_l q \cdot w \, dx - \sum_{i=1}^2 P_i^0 u_i(0) - \sum_{i=1}^2 P_i^l u_i(l) \quad (2.77)$$

onde:  $q$  = carga uniformemente distribuída;  $P_i^0$ ,  $P_i^l$  = carga axial aplicada no centro de gravidade da camada  $i$  em  $x = 0$  e em  $x = l$  (comprimento do elemento), respectivamente.

**Energia Potencial total:** a expressão da energia potencial total  $U$  num elemento, pode então ser obtida das Equações 2.70, 2.76 e 2.77.

$$U = \sum_{i=1}^2 \frac{E_i A_i}{2} \int_l \left[ u_i'^2 + \frac{1}{4} (w')^4 + u_i' (w')^2 \right] dx + \sum_{i=1}^2 \frac{E_i I_i}{2} \int_l (w'')^2 dx \\ + \int_l \frac{n \cdot \delta}{s} (P_0 + P_1 \cdot \Delta) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{k \cdot \Delta}{P_0}\right) \right] dx - \int_l q \cdot w \cdot dx - \sum_{i=1}^2 P_i^0 u_i(0) - \sum_{i=1}^2 P_i^l u_i(l) \quad (2.78)$$

### **2.7.6 Método de Cálculo para Estruturas Mistas em Concreto-Madeira Através do Método dos Elementos Finitos**

Mediante discretização de cada material que compõe a seção mista, é possível modelar a estrutura pelo método dos elementos finitos. GUTKOWSKI & CHEN (1996) empregaram essa técnica para a análise do comportamento de vigas mistas em concreto-madeira, comparando resultados experimentais e valores obtidos através de um programa computacional, de forma a verificar o grau de interação entre a mesa e a alma da estrutura.

Por meio da modelagem pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) torna-se possível representar o sistema de ligação discreto, isto é, os conectores metálicos podem ser representados diretamente por elementos de barra, com suas respectivas propriedades mecânicas e geométricas. Além dessa representação dos conectores como elementos discretos, torna-se possível trabalhar com a não-linearidade do material, conforme WRIGHT (1990).

## **2.8 Comportamento mecânico e Capacidade de Resistência das Conexões**

A segurança aos estados limites de um elemento estrutural em concreto-madeira, além dos aspectos globais de resistência de cada um dos materiais que formam a seção mista, depende também dos efeitos locais causados pela presença do sistema de ligação. No caso de ligações por conectores discretos, a concentração de força nos pinos sugere que sejam tomados alguns cuidados especiais com relação à possibilidade de fendilhamento ou esmagamento do concreto e/ou da madeira.

No caso de laje em concreto que constitui a mesa de estruturas mistas em concreto-aço, OEHLERS (1989) relata que a presença de armadura transversal pode limitar a extensão de fissuras reduzindo, assim, a perda da interação entre o concreto e conectores. Uma vez que ocorra o fendilhamento do concreto, devido à redistribuição das forças internas na laje, haverá redução dessas forças que produzem o fendilhamento.

Nas peças de madeira, o fendilhamento tende a gerar um afrouxamento dos conectores, uma vez que o pino perde o atrito mobilizado com a parede da madeira, durante o processo de sua fixação. Essa ocorrência, que é mais susceptível em madeiras moles, a curto prazo se faz mais crítica para a estrutura em relação ao fendilhamento do concreto.

O procedimento apresentado pela NBR 7190/97, para a verificação da resistência total de um pino metálico em ligações de peças de madeira, consiste em limitar a força atuante num conector. Para tanto, leva-se em conta a resistência de cálculo de embutimento da madeira,  $f_{ed}$ , e a resistência de cálculo ao escoamento do pino metálico,  $f_{yd}$ , definindo-se um parâmetro limite,  $\beta_{lim}$ :

$$\beta_{lm} = 1,25 \sqrt{\frac{f_{yd}}{f_{ed}}} \quad (2.79)$$

Da razão entre a espessura da madeira,  $t$ , e o diâmetro do pino,  $\phi$ , é determinado o parâmetro  $\beta$ :

$$\beta = \frac{t}{\phi} \quad (2.80)$$

Comparando-se esse último valor com o limite,  $\beta_{lim}$ , tornar-se-á possível caracterizar a forma de falha do sistema de ligação, e então, determinar a resistência de cálculo para de um pino:

Se resultar  $\beta \leq \beta_{lim}$ , tem-se uma considerável rigidez do pino e portanto, a falha ocorrerá devido ao embutimento, com o valor da força estimado pela expressão indicada pela NBR 7190/97:

$$R_{vd,1} = 0,40 \frac{t^2}{\beta} f_{ed} \quad (2.81)$$

Por outro lado, se  $\beta > \beta_{\text{lim}}$  então haverá a flexão do pino com o correspondente valor de força obtido por:

$$R_{\text{vd},1} = 0,25 \frac{\phi^2}{\beta_{\text{lim}}} f_{\text{yd}} \quad (2.82)$$

$$\text{com } f_{\text{yd}} = \frac{f_{\text{yk}}}{\gamma_s} \text{ e } \gamma_s = 1,1 \quad (2.83)$$

O valor da resistência de embutimento deve ser determinado por meio de ensaios de corpos-de-prova padronizados, ou em caso de espécies de madeiras usuais, mediante correlação com o valor da resistência à compressão paralela às fibras.

A presença de fissuras no concreto das peças expostas diretamente às ações de intempéries, ou seja sem uma camada impermeabilizante do concreto, também caracterizará um estado limite da estrutura por comprometer a sua durabilidade. A patologia por ataque à armadura, pela presença e retenção de água na região da ligação, dará origem às novas fissuras no concreto devido ao processo de ataque por corrosão dos elementos metálicos. Inclui-se também, a possibilidade de ocorrência de oxidação do sistema de conexão, podendo alcançar um estado que descaracterize o comportamento de estrutura mista.

O projeto de revisão da NBR 6118/2000 aborda superficialmente a questão de forças concentradas no concreto, no item de regiões especiais, indicando que uma armadura para resistir todos os esforços de tração deve ser empregada sempre que a possibilidade de fissuração possa comprometer a resistência da peça. Para a carga atuante numa área menor que a da superfície da peça, permite-se aumentar a resistência do concreto, porém, observando-se o valor resistente de cálculo correspondente ao esmagamento, conforme expressão:

$$F_{\text{rd}} = A_{\text{c0}} \cdot f_{\text{cd}} \sqrt{\frac{A_{\text{c1}}}{A_{\text{c2}}}} \leq 3,3 f_{\text{cd}} \cdot A_{\text{c0}} \quad (2.84)$$

onde:  $A_{\text{c0}}$  = área reduzida carregada uniformemente;  $A_{\text{c1}}$  = área máxima de mesma forma e mesmo CG que  $A_{\text{c0}}$ , inscrita na área total,  $A_{\text{c2}}$ , situada no mesmo plano de  $A_{\text{c0}}$ .

LEONHARDT & MÖNNIG (1979) ao tratarem sobre introdução de cargas e forças concentradas em estruturas de concreto, advertem que as tensões de tração transversais à direção da força requerem um cuidado especial. Essas tensões que causam o fendilhamento do concreto devem então ser absorvidas por armaduras cujo dimensionamento depende das dimensões da peça em relação às dimensões da área carregada.

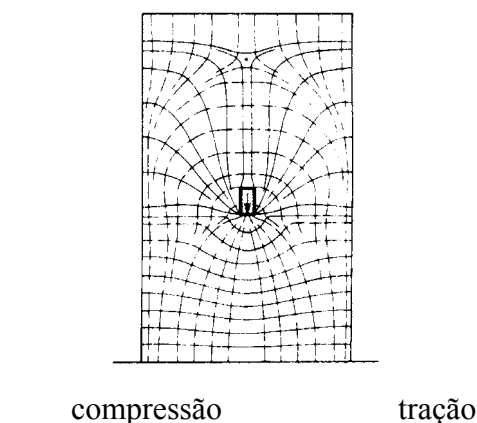


FIGURA 2.31 - Trajetória das tensões principais em uma chapa solicitada por uma carga atuante no seu interior

FONTE: LEONHARDT & MÖNNIG (1979), p.81.

Dentre as diversas situações apresentadas por LEONHARDT & MÖNNIG (1979), pode-se estabelecer uma analogia entre as solicitações devidas à presença dos pinos numa laje e as tensões de tração oriundas da carga concentrada atuante no interior da chapa, apresentando as trajetórias de tensões ilustradas na Figura 2.31. São considerados três grupos de esforços de tração  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$ , para os quais o dimensionamento da armadura é dependente da relação  $d/a$  ( $d$  = largura da chapa e  $a$  = largura do carregamento).

O comportamento de um pino embutido no concreto assemelha-se ao de uma barra sobre apoio elástico, descrevem LEONHARDT & MÖNNIG (1979), onde na frente do pino existe um elevado pico de tensão de compressão. Essa concentração de esforços pode gerar a ruptura do concreto, conforme indicado na Figura 2.29, o que depende da rigidez à flexão e da resistência do pino e do módulo de elasticidade do concreto.

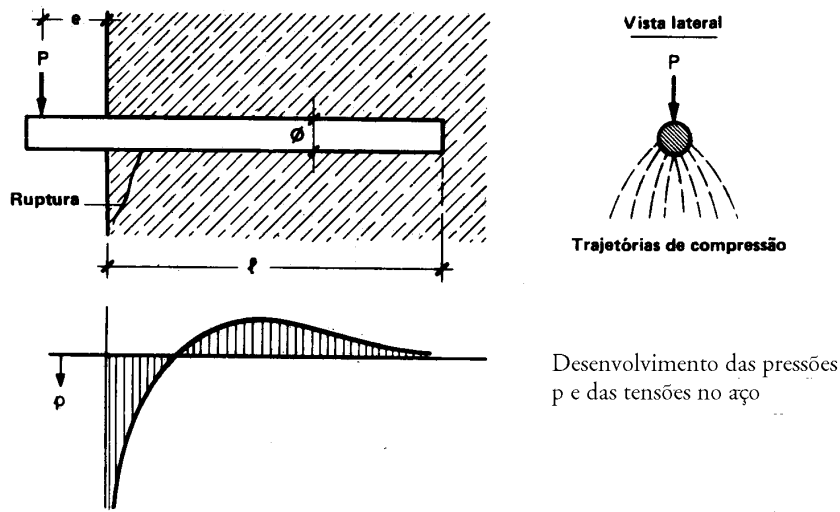


FIGURA 2.32 - Pino embutido no concreto

FONTE: LEONHARDT & MÖNNIG (1979), p.98.

A indicação para o valor da capacidade resistente de pinos embutidos no concreto, apresentada nessa última referência, é obtida pela expressão geral:

$$P_u = 1,3(\sqrt{1 - 1,69\varepsilon^2} - 1,3\varepsilon)\phi^2 \sqrt{f_c \cdot f_y} \quad (2.85)$$

$$\text{com: } \varepsilon = 3 \frac{e f_c}{\phi f_y} \quad (2.86)$$

onde:  $\phi$  = diâmetro do pino (cm);  $f_c$  = resistência prismática à compressão do concreto ( $\text{kN/cm}^2$ );  $f_y$  = limite de escoamento do aço do pino ( $\text{kN/cm}^2$ );  $e$  = distância representada na Figura 2.32.

Situações nas quais a distância do ponto de aplicação da carga até a face da peça de concreto tender a zero, a expressão será simplificada:

$$P_u = 1,3\phi^2 \sqrt{f_c \cdot f_y} \quad (2.87)$$

Essa última ocorrência pode ser admitida no caso de uma estrutura mista, sabendo-se que a força que solicitará o pino é a resultante do fluxo de cisalhamento considerado na interface da ligação.

OLLGAARD (1971) analisou o comportamento de sistemas de conexão entre lajes em concreto de peso normal e também de peso leve, as quais são ligadas por pinos metálicos a perfil metálico “I”. Desse estudo, verificou-se que a resistência de um conector embutido em concreto de peso leve apresentava-se entre 5 a 40% menor em relação ao caso da mesa em concreto de peso normal.

A presença de fissuras nas lajes de corpos-de-prova de cisalhamento ensaiados por OLLGAARD (1971), eram visíveis quando se alcançava a carga última, e para a caracterização da forma de ruptura dos exemplares, prosseguia com o carregamento até a ocorrência de separação de uma ou ambas as lajes dos corpos-de-prova. Os corpos-de-prova contendo 4 conectores para cada laje apresentaram duas formas básicas de ruptura: falha do pino por cisalhamento e ocorrência de desprendimento de uma cunha de concreto, na região da conexão. Para os exemplares com apenas um par de conector, todos romperam da primeira forma.

Da análise de uma série de 125 corpos-de-prova JOHNSON & OEHLERS (1981) verificaram que existe uma grande influência na força atuando no conector em razão da alteração do diâmetro dos conectores e da largura da laje. A altura e o espaçamento transversal dos conectores, bem como o comprimento, da laje não representam variações significativas na força para cada pino.

Para expressar a resistência de conectores metálicos chumbados em lajes de concreto capazes de resistir tanto ao fendilhamento quanto ao cisalhamento, OEHLERS & JOHNSON (1987) propuseram uma equação, a qual se apresenta dependente da seção transversal do pino e das propriedades de resistência e elasticidade, tanto do concreto quanto do conector.

$$P_u = K \cdot A(E_c/E_s)^\alpha \cdot f_{cu}^\beta \cdot f_y^\gamma \quad (2.88)$$

onde:  $P_u$  = capacidade de resistência do pino;  $K$  = constante de equação;  $A$  = área da base do conector;  $E_c$  = módulo de deformação longitudinal do concreto;  $E_s$  = módulo de elasticidade do pino de aço;  $f_{cu}$  = resistência do concreto;  $f_y$  = resistência à tração do pino;  $\alpha, \beta, \gamma$  = expoentes obtidos experimentalmente.



A determinação dos coeficientes da expressão anterior faz-se mediante ensaios de corpos-de-prova. Para tanto, analisaram-se a influência de dois comprimentos de conectores: cinco e quatro vezes o seu diâmetro, não ocorrendo alterações relevantes na resistência da conexão. Verificou-se também, que a resistência da conexão em vigas mistas é mais sensível a variações de resistência do concreto do que do pino de aço, podendo ser estimada por:

$$P_u = K A (E_c/E_s)^{0,40} f_{cu}^{0,35} f_y^{0,65} \quad (2.89)$$

O parâmetro K é dependente do número  $n$  de pinos que estão sujeitos a deslocamentos similares, expresso por:

$$K = 4,1 - n^{-1/2} \quad (2.90)$$

OLLGAARD (1971) esclarece também que o concreto é um meio de controle para caracterização da resistência da conexão, enquanto que a resistência do conector em si não se apresenta como parâmetro crítico. Ou seja, a resistência da conexão tanto para o concreto de peso leve quanto de peso normal, é substancialmente influenciada pela resistência à compressão e módulo de elasticidade do concreto. A expressão para o cálculo da resistência da conexão é apresentada considerando-se a seção do pino metálico e as propriedades do concreto, podendo ser aplicada tanto para o concreto normal quanto para o concreto com agregado leve.

$$Q_u = 0,5 A_s \sqrt{f'_c E_c} \quad (2.91)$$

onde:  $A_s$  = área do conector ( $\text{in}^2$ );  $f'_c$  = resistência à compressão do concreto (ksi).  $E_c$  = módulo de deformação do concreto.

Uma expressão análoga à anterior, para a determinação da resistência nominal de um conector de cisalhamento tipo pino com cabeça, é apresentada pela NBR 8800/86. Essa norma, que aborda também as estruturas mistas em aço-concreto, estabelece para a resistência do pino o menor dos dois valores:

$$P_u = 0,5 \cdot A_s \sqrt{f_{ck} E_c} \quad (2.92)$$

$$P_u = A_{cs} \cdot f_y \quad (2.93)$$

onde:  $f_{ck}$  = resistência característica do concreto à compressão, não superior à 28 MPa;  $A_s$  = área da seção transversal do conector;  $f_y$  = limite de resistência à tração do aço do conector;  $E_c$  = módulo de deformação longitudinal do concreto.

A norma de aço, concreto e pontes mistas BS 5400/79, recomenda que a determinação da resistência do sistema de ligação de estruturas em concreto-aço deve ser através de ensaios de corpos-de-prova padronizados. Em função das dimensões de conectores e de 4 classes de resistência de concreto tem-se os seguintes valores da resistência nominal de conectores de cisalhamento, conforme indicados na Tabela 2.02.

TABELA 2.02 – Resistência nominal de pinos com cabeça BS 5400

Diâmetro (mm)	Altura (mm)	Material do conector	Resistência nominal por conector (kN)			
			Classe de resistência do concreto (MPa)			
			20	30	40	50
25	100	Tensão de escoamento 385 MPa, alongamento mínimo = 18%, tensão de ruptura = 495 MPa.	139	154	168	183
22	100		112	126	139	153
19	100		90	100	109	119
19	75		78	87	96	105
16	75		66	74	82	90
13	65		42	47	52	57

Para definir o comprimento efetivo de pinos metálicos OLLGAARD (1971) baseia-se em estudos apresentados por (SLUTTER) que prescreve uma relação comprimento/diâmetro maior ou igual a 4, como comprimento suficiente para o desenvolvimento da capacidade máxima do sistema de conexão.

Um trabalho é apresentado por OEHLERS (1989) no sentido de avaliar e prevenir a perda de interação do sistema de conexão de estruturas mistas em concreto-aço, devido ao fendilhamento da laje. Para tanto, esse fenômeno deve ser visto sob aspectos de fendilhamento local e global. No primeiro caso, a ocorrência deve-se à concentração de forças por conectores individuais, grupos ou concentrações de conectores, conforme ilustra a Figura 2.33a,b,c. No segundo caso, avalia-se o efeito de cisalhamento causado em lajes com linhas de conectores, Figura 2.33d.

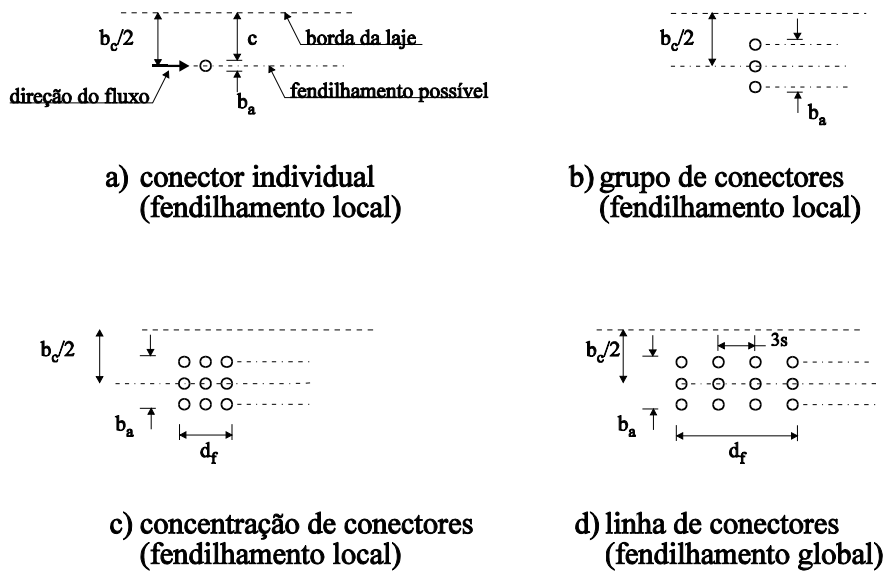


FIGURA 2.33 - Arranjo dos conectores

FONTE: OEHLERS (1989), p. 357.

A expressão apresentada para a verificação da capacidade de resistência do concreto ao fendilhamento local,  $P_s$ , é:

$$P_s = \frac{0,60 \cdot b_c \cdot h_{ch} \cdot f_t \cdot R\pi}{\left(1 - \frac{b_a}{b_c}\right)^2} \quad (2.94)$$

onde:  $b_a$  = largura de aplicação da força para individual ou grupo de conectores;  $b_c$  = largura efetiva da laje;  $f_t$  = tensão última de tração do concreto.

- A altura característica de um conector:

$$h_{ch} = h_a Q \left( 1 - \frac{0,25}{\sqrt{n}} \right) \quad (2.95)$$

onde:  $h_a$  = altura do conector (no caso de pinos flexíveis =  $1,8 \phi$ );  $\phi$  = diâmetro do pino;  $n$  = número de conectores em um grupo sujeitos a deslocamentos similares;  $Q$  = fator de altura equivalente.

- O fator de altura equivalente,  $Q$ , é então obtido pela expressão:

$$Q = 1 + \frac{K}{R} \left( \frac{b_a}{b_c} \right) \left( 1 - \frac{b_a}{b_c} \right)^2 \quad (2.96)$$

$$\text{com: } K = \left[ \left( 1 - \frac{h_a}{h_c} \right)^2 \cdot \left( \frac{h_a}{h_c} \right) \right]^{-1} \quad (2.97)$$

Conforme OEHLERS (1989), o parâmetro  $K$ , mediante análise elástica por elementos finitos, varia entre 8 e 11, podendo ser assumido a 10. O fator de redução para pares de conectores  $R$  é igual a 1,0 para os grupos  $a$  e  $b$  da Figura 2.33. Para as outras situações o valor de  $R$  é determinado por:

$$R = 1 - \frac{b_a}{b_c} \quad (2.98)$$

As componentes do fluxo de cisalhamento, em lajes com conectores em linhas, Figura 2.33d, induzem ao surgimento de tensões laterais a serem verificadas sob aspectos de fendilhamento global. Numa viga simplesmente apoiada e sujeita a um carregamento puntual, a tensão de tração lateral devida à componente do fluxo de cisalhamento constante,  $q$ , atuando na proximidade do ponto considerado, é:

$$f_r = \frac{\left(1 - \frac{b_a}{b_c}\right)^2}{\pi \cdot h_{ch} \cdot R} q \quad (2.99)$$

No caso da componente do fluxo de cisalhamento ser variável,  $dq$ , a tensão de tração lateral é expressa por:

$$f_r = \frac{dq}{dx} \left[ \frac{b_c \cdot \left(1 - \frac{b_a}{b_c}\right)^2}{16 \cdot h_{ch} \cdot R} \right] \quad (2.100)$$

Na estimativa da carga de fendilhamento através de equações, existe uma diferença em relação àquela determinada em experimentos. JOHNSON & OEHLERS (1981) justifica que isto se deve, principalmente, à dificuldade em saber quando ocorrem as primeiras fissuras de fendilhamento, e naquele instante determinar o fluxo de cisalhamento longitudinal, o qual é deduzido de uma mudança na força axial da viga de aço. É relevante também que a teoria desconsidere a influencia da armadura transversal na tensão do concreto antes que a fissuração ocorra, e negligencie também o atrito entre a laje e a mesa da viga de aço e a redução nas forças dos pinos graças à aderência.

A ocorrência de fendilhamento longitudinal da laje em concreto comumente dar-se-á após alcançado o carregamento último de projeto. Segundo JOHNSON & OEHLERS (1981), alguns fatores que podem contribuir para que o fendilhamento se origine precocemente são: baixa relação comprimento/largura da laje, elevada carga aplicada num ponto, alta intensidade de cisalhamento longitudinal para o qual a armadura transversal exceda 1% da área da laje e a concentração de conectores.

No sentido de prevenir o fendilhamento na laje das estruturas mistas em concreto-aço, até o limite de utilização, a BS5400/79 recomenda um recobrimento mínimo dos conectores igual a 5 cm. Entretanto, o fendilhamento ainda poderá ocorrer até mesmo antes do estado limite último da peça estrutural.

## 2.9 Considerações Sobre os Efeitos Dependentes do Tempo e do Ambiente

Além da extrema importância de se conhecer as propriedades do sistema de conexão entre os materiais da estrutura mista, sua vida útil também está relacionada a outros fatores que podem ser relevantes. Dentre esses fatores, são citados na bibliografia: *fluência*, *retração*, *amplitude térmica e umidade*.

Numa análise mais rigorosa, a história do carregamento também deve ser considerada, isto é, os efeitos de carregamentos estáticos e/ou cíclicos sobre a estrutura. O comportamento de estruturas de pisos e tabuleiros, por exemplo: escritórios, escolas e pontes, submetidos a uma parcela de carregamento permanente e outra transitória, devem ser tratados de forma diferenciada daquelas estruturas, nas quais as ações de utilização podem ser consideradas como atuantes de longa duração.

BRADFORD & GILBERT (1992) apontam as considerações dos efeitos dependentes do tempo e da história do carregamento como algumas das principais dificuldades encontradas na elaboração de um projeto de estruturas mistas. No caso dos efeitos dependentes do tempo, a retração e a fluência, são responsáveis por acréscimo da deformação de deslizamento, que por sua vez ocasionará aumento do deslocamento vertical do elemento estrutural.

Num estudo desenvolvido por AHMADI & SAKA (1993), buscaram-se avaliar a confiabilidade e eficiência de lajes de uso residencial em concreto-madeira providas de conectores mecânicos, durante a vida útil da estrutura. Nos ensaios, cada laje recebeu carregamento cíclico, com aumento de carga gradativo até 15 kN e descarga gradual até zero. Após 100 ciclos de carga, aplicava-se o carregamento de ruptura. A escolha do valor de 15 kN deveu-se ao fato desse valor causar tensões normais de flexão maiores que a tensão originada da correspondente carga de resistência dos conectores.

É importante ressaltar que o simples fato de se alcançar um carregamento que supere a capacidade máxima dos conectores mais solicitados não significa que os mesmos venham a romperem-se. MALITE (1993) descreve que em situações como essa, ocorre um processo de

redistribuição do fluxo de cisalhamento até a ruptura daqueles conectores inicialmente mais solicitados ou, até que se alcance o momento resistente da seção mais solicitada.

AHMADI & SAKA (1993) advertem que tensões causadas pela retração e variação de temperatura não podem ser desprezadas por razões da presença dos conectores. Lajes ensaiadas, sob carregamento residencial de  $2 \text{ kN/m}^2$ , devido a deformação lenta, retração, mudanças na temperatura e umidade, apresentavam aumento de deslocamento vertical aproximadamente até os 4 primeiros meses, quando então permanecia praticamente estabilizada. As lajes mistas eram estaticamente determinadas, e as relativas alterações nas dimensões das vigas, devido às mudanças de temperatura e umidade, causaram algumas fissuras no concreto.

No caso de vigas de seção mista em aço e concreto (comportamento elástico e viscoelástico, respectivamente), descrevem TARANTINO & DEZI (1992) que a distribuição das tensões modifica-se com o tempo. A fluência tende a aumentar a deformação elástica inicial nas fibras de concreto. A viga de aço que limita a deformação do concreto, receberá um acréscimo de tensão vindo da laje de concreto, acarretando aumento da flecha da estrutura. Desse fenômeno, observa-se a ocorrência da redução da força de cisalhamento nos conectores, os quais representam pouca influência na migração de tensões da laje para a viga de aço.

A redução do comprimento da peça de concreto, pelo fenômeno da retração, irá favorecer os conectores pela tendência em reduzir as deformações, mas por outro lado, a flecha da viga aumentará. Por outro lado, a retração principal no concreto acontece quando a estrutura inteira encontra-se escorada, de tal forma que as fissuras usuais na camada de concreto reduzirão a importância do fenômeno. CECCOTTI (1995) também ressalta que os efeitos da variação de temperatura no concreto e variação de umidade na madeira têm grande importância no estudo dessas estruturas mistas. CAPRETTI (1992) aponta que a variação da umidade na madeira é mais significativa que para o concreto. Por outro, o concreto é mais sensível aos efeitos de variações de temperatura.

No desenvolvimento de estudos sobre estruturas mistas para aplicações em pontes, McCULLOUGH (1943) testou vigas solicitadas por incrementos de cargas, monitorando os

deslocamentos verticais, distorções de fibras e deslizamento de conexões. Algumas vigas foram solicitadas sob carregamentos repetidos ou alternados e também efeitos de variação de temperatura, com amplitude de  $-9^{\circ}\text{C}$  a  $21^{\circ}\text{C}$ , eram analisadas. Desses ensaios, McCULLOUGH (1943) concluiu que para aquele tipo de construção os efeitos de cargas repetidas e alternadas não comprometem a estrutura. Com relação à amplitude térmica, a magnitude da tensão pode ser considerada no projeto dos conectores. Os conectores acarretam restrições à expansão térmica, ocasionando assim, o surgimento de tração no fundo da laje, sendo portanto, aconselhável o emprego de armadura longitudinal no fundo da laje. Porém, pode-se desconsiderar os efeitos de flexão resultante da variação térmica.

Nos experimentos realizados por McCUTCHEON (1986), empregou-se dupla camada de manta de polietileno na interface de ligação visando reduzir a variação de rigidez devido ao atrito por retração entre mesa e alma. Desse procedimento resultou em menor a rigidez de interface em testes do que aquelas que ocorreriam em estruturas reais recentemente pregadas. Na prática, a retração e a variação de umidade da madeira reduzirão a rigidez da conexão para valores próximos daqueles observados nos ensaios.

CAPRETTI & CECCOTTI (1996) relatam o monitoramento durante cinco anos das flechas e condições de variações hidro-térmicas, para três vigas mistas em concreto-madeira, com vãos de 10 metros, construídas numa escola. Paralelamente, modelos dessas vigas, com vãos de 6 metros, foram testados sob condições ambientes, e sob condições de serviço a carga de curta duração era majorada em 25%. Para representar carregamento de longa duração, as vigas foram mantidas, por cinco anos, sob  $\frac{1}{4}$  da carga de serviço. Dessas análises, notaram-se que há uma tendência de leve aumento das flechas de pisos, após o primeiro ano de construção, o que deve ser resultado do comportamento viscoelástico dos materiais. Os resultados obtidos com o monitoramento das três vigas, segundo CAPRETTI & CECCOTTI (1996), apresentaram-se satisfatórios para o comportamento de utilização das estruturas.

Os problemas decorrentes da variação da umidade nas estruturas de madeira-concreto são citados por NAVI & MARTENSSON (s/d), podendo ser originados logo após o lançamento do concreto ou ainda, durante a vida útil da estrutura. Esses pesquisadores afirmam que os



problemas mais relevantes surgem ao longo do tempo, uma vez que as deformações e as fissuras podem aparecer tanto no concreto quanto na madeira, causando assim, uma redução de rigidez e também comprometendo a durabilidade da estrutura. Com relação aos efeitos das retrações longitudinais do concreto e da madeira por ocasião da concretagem, segundo NAVI & MARTENSSON (s/d), geralmente não representam problemas, uma vez que esses materiais apresentam valores da mesma ordem.

Até mesmo para as vigas mistas em concreto-aço, cujo sistema de conexão é do tipo flexível, os efeitos causados pela deformação lenta e retração tem sido pouco pesquisado, afirma TARANTINO & DEZI (1992). Para essas estruturas, a força de cisalhamento na conexão tende a sofrer redução com o tempo, e como consequência, haverá gradual migração de tensões da laje para a viga de aço.

TARANTINO & DEZI (1992) também constatou através de experimentos que a rigidez dos conectores tem pouca influência no aumento do deslocamento vertical, bem como na redistribuição de tensões, por efeito da deformação lenta e da retração do concreto.

No entanto, KRISTEK & STRUDNICKA (1982) advertem que por efeito de temperatura, retração e fluência, é esperada uma redução de aproximadamente 10% na tensão da laje de concreto de vigas em concreto-aço.

Da análise teórico-experimental de vigas compostas em concreto-aço, BARNARD & JOHNSON (1965), abordam sobre pequenas discrepâncias entre resultados de ensaio e obtidos através de programação, que atribuem aos efeitos de tensões residuais no aço e também da retração do concreto. A retração e a expansão em vigas de madeira-concreto, segundo RICHART & WILLIAMS (1943), causaram poucos efeitos sobre a resistência de vigas ensaiadas após 2,5 anos em relação às demais ensaiadas aos 28 dias após concretagem.

Segundo McCULLOUGH (1943), fundamentado em resultados experimentais de vigas em concreto-madeira, os efeitos da variação de temperatura sobre o deslocamento vertical do

elemento estrutural podem ser desconsiderados. Por outro lado, adverte que se pode considerar a magnitude da tensão por efeito da variação de temperatura.

## 2.10 Rigidez Efetiva de uma Seção Composta

O efeito da deformação dos conectores deve ser considerado de tal forma que a avaliação do deslocamento vertical e a distribuição das tensões na seção resultem em valores próximos reais da estrutura. Uma maneira para levar em conta efeito de deformação das ligações semi-rígidas, conforme indicado pelas normas de madeira DIN 1052/73 (Design of timber structures), EUROCODE 5/93 (Construcciones de madera: cálculo y ejecución) e NBR 7190/97 (Projeto de estruturas de madeira), é mediante redução do momento de inércia da seção suposta totalmente solidarizada.

A DIN 1052/73 indica a expressão 2.101 para o cálculo da inércia efetiva da seção mista em madeira, na qual se deve empregar o módulo de deslizamento da ligação,  $K$ , que é tabelado em função do tipo da ligação.

$$I_w = \sum_{i=1}^n I_i + \frac{l}{l+k} \sum_{i=1}^n (A_i a_i^2) \quad (2.101)$$

$$\text{onde: } k = \frac{\pi^2 E \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot s}{l^2 (A_1 + A_2) K}$$

$E$  = módulo de elasticidade da madeira;  $I_i$  = inércia de cada elemento de madeira;

$A_i$  = seção de cada elemento;  $l$  = distância entre apoios;  $s$  = espaçamento efetivo dos conectores;  $a_i$  = distância dos centro de gravidade de cada elemento até o c.g. da seção mista.

As indicações do EUROCODE 5/93 também consideram o valor do módulo de deslizamento para o cálculo do produto de rigidez efetivo, cujo procedimento é apresentado no item 4.3.

A NBR 7190/97 prescreve para seções compostas “T”, “I” e caixões, onde as elementos de madeira são ligados por pregos, um método simplificado de dimensionamento através do qual considera maciça a seção transversal do elemento estrutural, de área igual à soma das áreas das peças componentes. O momento de inércia da seção assim considerada,  $I_{th}$ , deve ser reduzido por um coeficiente  $\alpha_r$  igual a 0,95 para seções T e 0,85 para seções I e caixão, respectivamente.

$$I_{ef} = \alpha_r I_{th} \quad (2.102)$$

onde:  $I_{ef}$  = momento de inércia efetivo;  $I_{th}$  = momento de inércia teórico.

Numa análise experimental de vigas compostas de seção “T”, sendo 3 em eucalipto e duas em jatobá, ALMEIDA & FERREIRA (1997) obtiveram, para todas essas estruturas com ligações por pregos, coeficientes de redução das inércias menores que o valor de 0,85 estabelecido pela NBR 7190/97. Dessa análise, onde se consideraram os estados limites de utilização e último, foi constatado que os valores de redução da inércia teórica, obtidos através do Eurocode 5 (1993) foram mais próximos aos valores experimentais.

Através de um estudo preliminar de uma viga em concreto-madeira, resultados experimentais de deslocamentos verticais e tensões foram comparados com valores teóricos baseados nas prescrições das normas de madeira: NBR 7190/97 e DIN 1052/73. Mediante teoria da seção transformada, assumiu-se para a estrutura uma seção homogênea equivalente em madeira. Nesta análise, sob carregamento de curta duração, onde a interação entre o concreto e a madeira fez-se através de pregos, foi possível verificar que os valores teóricos, segundo a DIN 1052/73, que considera o comportamento dos conectores metálicos através do módulo de deslizamento, resultaram mais próximos dos valores de ensaio, conforme publicado em SORIANO et al. (1998).

## 2.11 Recomendações para Projeto e Execução de Estruturas Mistas

Comumente, os dimensionamentos de elementos estruturais em concreto-madeira são realizados de maneira a atenderem um estado de solicitação correspondente ao regime de

utilização. OSTLUND (s/d) considera desnecessário um estudo mais complexo envolvendo a plasticidade do concreto, uma vez que a resistência à compressão desse material é raramente determinante para a capacidade resistente de carga.

Dessa simplificação, obtém-se a distribuição da tensão com valores obtidos da lei de Hooke. Assumindo-se fissurada toda a zona de tração, quando a tensão de tração supera o valor correspondente de projeto, existe ainda uma contribuição na rigidez à flexão por parte do concreto não fissurado, conforme afirma OSTLUND (s/d).

De acordo com WHELAND (s/d), no projeto de estruturas mistas em concreto-madeira, se por um lado os deslocamentos verticais possuem, geralmente, caráter decisivo, por outro lado as tensões em geral ficam aquém dos valores limites para cada um dos materiais da estrutura.

STEVANOVIC (1996) apresenta um procedimento de cálculo para determinação de deslocamento vertical e esforços internos para um elemento estrutural em concreto-madeira, com base na teoria de elasticidade dos materiais. Essa simplificação traz algumas discrepâncias na análise do estado de tensão e de deformação. Além disto, acrescenta que existe uma dificuldade muito grande em representar corretamente o sistema de ligação, ou seja um método de cálculo que seja adequado.

Para o comportamento do concreto conectado à madeira, sob efeito dependente da duração do carregamento, conforme CECCOTTI (1995), deve-se aplicar um fator de redução para o módulo de elasticidade. O método então utilizado para considerar esse efeito consiste em reduzir simbolicamente o módulo de elasticidade dos materiais, para um valor  $E_{ef}$ , considerando-se, assim, as deformações que ocorrerão durante o tempo previsto de aplicação do carregamento. Essa redução é obtida pela razão inversa do coeficiente de modificação para a correspondente classe de carregamento. No caso da madeira, os valores de  $k_{def}$  indicados no EUROCODE 5/93 correspondem aos valores de  $k_{mod1}$  da NBR 7190/97.

$$E_{ef} = E \cdot \left( \frac{1}{1 + k_{def}} \right) \quad (2.103)$$

Para o caso de carregamentos permanentes e de média duração, conforme indicado em CECCOTTI (1995), os valores de  $k_{def}$  são apresentados na Tabela 2.02.

TABELA 2.03 – Valores do coeficiente  $K_{def}$

Carga	Material	
	Concreto	Madeira
Permanente	2,25	0,60
Média duração	1,35	0,25

A utilização dos conectores menos rígidos para os elementos estruturais de grandes vãos, segundo CECCOTTI (1995), pode evitar possíveis ações de contração entre o concreto e a madeira.

Como forma de se alcançar a máxima capacidade de carregamento com mínima flecha, WHELAND (s/d) recomenda um sistema de ligação com máxima rigidez possível e o concreto com elevado módulo de deformação longitudinal. Um melhor isolamento acústico será alcançado para seções de concreto com grandes massas.

As dimensões a serem adotadas para os elementos de concreto e de madeira devem ser tais que a linha neutra, de uma suposta seção maciça, seja posicionada na interface da ligação, conforme indicam NATTERER et al. (1996). Com isso, é possível o melhor aproveitamento do concreto à compressão e a madeira à tração. Mesmo que não haja solicitações de tração na parte de concreto, deve-se empregar uma armadura mínima com a finalidade de reduzir as fissuras de retração do concreto.

CECCOTTI (1995) aconselha a não utilização de madeira com presença de medula ou com presença de fissuras que possam afetar a linha de conexão. A utilização de madeira com alto teor de umidade deve evitada ou então, deve-se manter a estrutura escorada até que ocorra o equilíbrio da umidade interna da madeira com a ambiental.

CECCOTTI (1995) alerta que as madeiras com alto teor de extrativos causam o retardamento da pega do concreto fresco, podendo ainda causar redução da resistência do concreto na região da superfície de contato com a madeira, uma vez que existe a tendência de migração da água desse concreto para a madeira. Por essas razões, é de bom senso proceder a impermeabilização da madeira, o que pode ser feito com a aplicação de uma ou duas demãos de tinta à óleo ou outro produto impermeabilizante. Do ponto de vista da transferência do cisalhamento horizontal, esse processo de isolamento da madeira não traz alterações, uma vez que, comumente, não se considera atrito madeira-concreto nos métodos de cálculo.

HANAI (1992) em sua publicação sobre argamassa armada, adverte que não se deve utilizar armaduras galvanizadas juntamente com armaduras não galvanizadas. Pois tal composição, certamente danificará a peça de argamassa em decorrência da corrosão da armadura, pelo efeito de diferenças de potencial, também denominado de efeito de pilha.

Essa consideração sobre o processo corrosivo de armaduras, torna-se importante em estruturas mistas quando na utilização de conectores metálicos galvanizados, como por exemplo pregos e parafusos, em contato com a armadura disposta na laje de concreto. O processo de oxidação terá início na película de zinco (metal empregado para a galvanização) e posteriormente, sobre o aço da laje e dos próprios conectores.

Em se tratando de ligações rígidas, onde o monolitismo da seção é assegurado por adesivo epoxi, PINCUS (1969) e PINCUS (1970) descrevem diversos cuidados a serem tomados para o emprego de estrutura mista. Dentre esses cuidados, em ligações flexíveis, deve-se verificar, quando em madeiras tratadas, a compatibilidade entre a cola epoxi e o preservativo empregado.

### 3 MÉTODO DE DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS MISTAS

#### 3.1 Método da Seção Transformada

As seções transversais das estruturas, quando constituídas por materiais de diferentes módulos de deformações longitudinais, requerem cuidados especiais para que possam ser dimensionadas corretamente. Tendo em vista que o *módulo de deformação longitudinal*<sup>1</sup> caracteriza a rigidez do material, deve-se, então, fixar um valor de referência para que cada um dos elementos que forma uma seção transversal da estrutura apresente rigidez supostamente equivalente.

Uma seção composta pode ser constituída por dois ou mais materiais de diferentes propriedades mecânicas, tais como: madeira, concreto, aço. Esses materiais podem ainda ser empregados com algumas variantes, por exemplo: madeira de espécies diferentes, concreto e/ou aço de diferentes classes de resistência.

Em estruturas de concreto armado, por exemplo, quando na verificação exata, a seção transversal deve ser homogeneizada, e, comumente, admite-se o concreto como material de referência. Dessa forma, a armadura é transformada numa área equivalente de concreto. Esse processo que pode ser aplicado a qualquer seção composta, é designado pela literatura de *Método da Seção Transformada* ou *Seção Equivalente*.

---

<sup>1</sup> É usual utilizar-se o termo de módulo de deformação longitudinal para o concreto e módulo de elasticidade longitudinal para o aço e a madeira. Neste texto será adotado módulo de deformação como nomenclatura geral.

Para a validação do Método, duas premissas básicas são apresentadas por TIMOSHENKO e GERE (1960):

- a linha neutra deve estar na mesma posição tanto na seção real quanto na seção transformada;
- a capacidade de resistir ao momento fletor de serviço deve ser igual na seção transformada e na real.

Um parâmetro importante no Método da Seção Transformada é a *razão modular* ( $n$ ) de um material, a qual é definida como sendo a razão entre o módulo de deformação desse material e o módulo de deformação do material fixado como referência. Supondo uma seção composta constituída por  $n$  materiais, que serão denominados de materiais  $i$  (com  $i = 1, n$ ), com os respectivos módulos de deformações longitudinais  $E_i$ , e sendo escolhido o material 1 como referência, a razão modular para o material  $i$  é expressa por:

$$n_i = \frac{E_i}{E_1} \quad (3.01)$$

Definida a razão modular, a seção real com 2 materiais diferentes, apresentada na Figura 3.01a, assumirá novas dimensões horizontais, as quais são dependentes dos valores de  $E_1$  e  $E_2$ . A Figura 3.01b representa a seção transformada, quando o módulo de deformação do material de referência é maior que o módulo do material 2, resultando numa razão modular menor que 1,0, e conseqüentemente, numa largura equivalente menor que a dimensão da seção real. Já, a Figura 3.01c representa uma situação em que o módulo de elasticidade  $E_1$  é menor que o módulo do material 2.



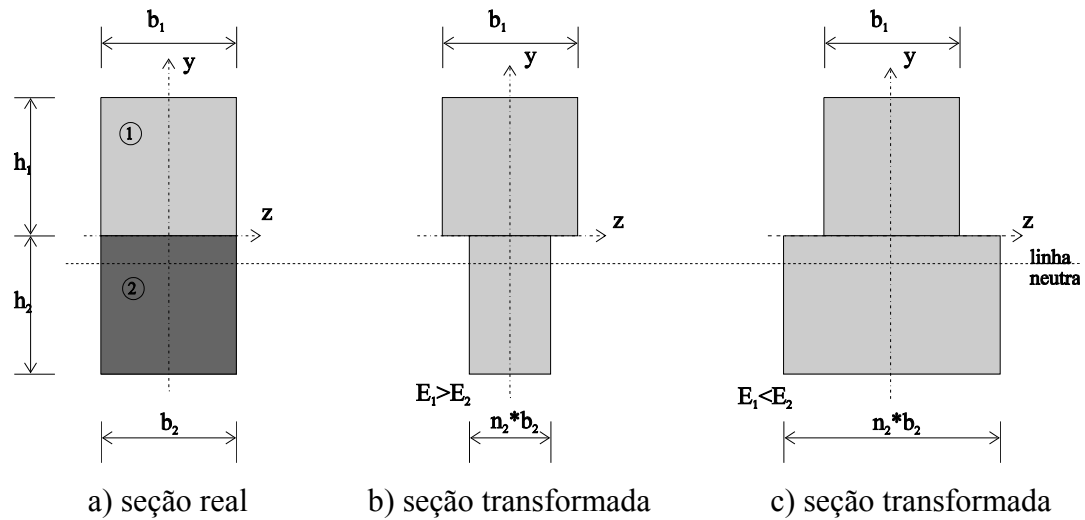


FIGURA 3.01 - Método da seção transformada para dois materiais

A posição da linha neutra na seção constituída por  $n$  elementos, possuindo cada qual uma razão modular, é definida pela expressão:

$$\bar{y} = \frac{A_1 \bar{y}_1 + \sum_{i=2}^n n_i A_i \bar{y}_i}{A_1 + \sum_{i=2}^n n_i A_i} \quad (3.02)$$

onde:  $A_i$  e  $\bar{y}_i$  seção transversal e a posição do eixo baricêntrico do material  $i$ , respectivamente.

Com base na hipótese de Bernoulli-Navier da teoria de flexão de vigas, o diagrama de deformações apresenta-se variando linearmente com a altura da seção real do elemento estrutural, tanto para a seção real (composta) quanto para a seção transformada, conforme ilustrado nas Figuras 3.02b e 3.03b, respectivamente.

A tensão normal de flexão é função da rigidez do material, e portanto, o diagrama é apresentado com um ressalto na interface dos materiais. Assim, na posição da superfície de contato, a tensão será maior para o material de maior módulo de deformação longitudinal, Figura 3.02c e Figura 3.02d. O ressalto não existirá para o diagrama de tensões da seção transformada, conforme representado na Figura 3.03c.

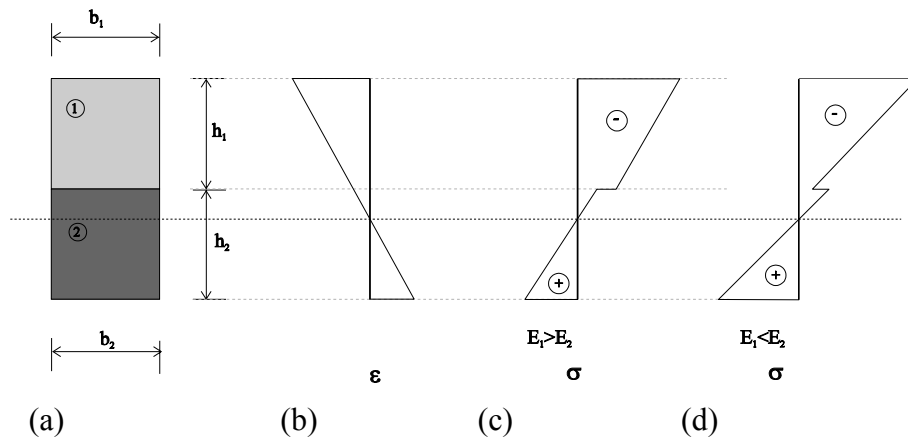


FIGURA 3.02 - Deformações e tensões sobre a seção real

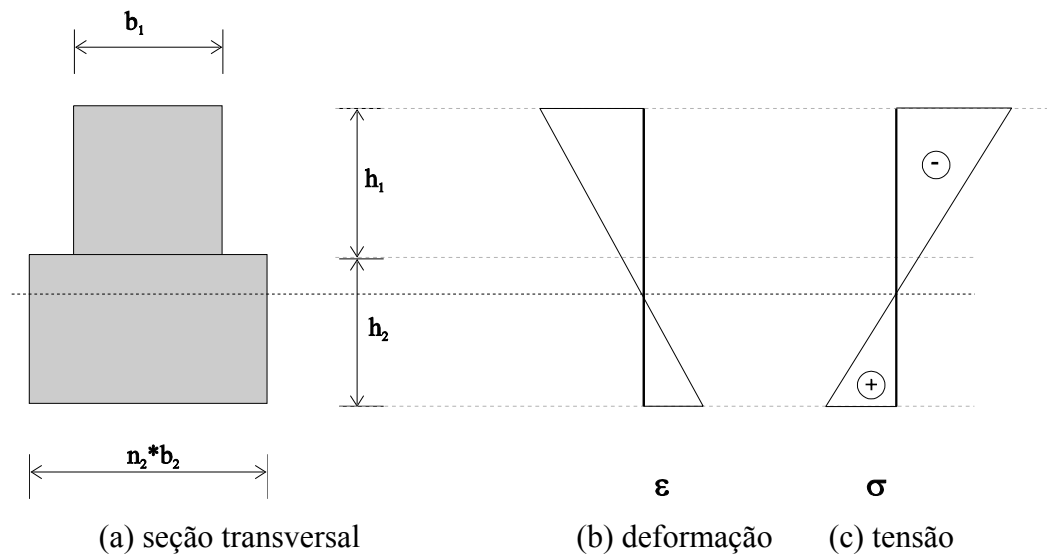


FIGURA 3.03 - Deformações e tensões sobre a seção transformada

A tensão normal de flexão é relacionada à respectiva razão modular do material. Dessa forma, para o material que representa a seção transformada a tensão é obtida diretamente, uma vez que sua razão modular é igual a 1. Para os demais materiais, as tensões normais devem ser corrigidas pela sua razão modular.

$$\sigma_{x,i} = n_i \frac{M_x}{I} y_i \quad (3.03)$$

onde:  $M_x$  = momento fletor na seção;  $I$  = inércia à flexão;  $y_i$  = posição da fibra na seção.

## **3.2 Determinação dos Esforços Internos e Deslocamento Vertical da Estrutura**

### **3.2.1 Método por Meio das Equações Diferenciais**

Nesse método proposto por STEVANOVIC (1996), os deslocamentos verticais e os esforços internos nas estruturas mistas podem ser determinados por meio de equações diferenciais desenvolvidas do equilíbrio e da compatibilidade de deformações do elemento estrutural. Nessas equações, além das considerações de homogeneização dos materiais também são levados em conta os efeitos da deslocabilidade horizontal na interface de contato concreto-madeira, conforme apresentado no Anexo B.

A implementação das referidas equações diferenciais no programa Mathematica, Anexo C, permitiu uma fácil resolução de cada elemento estrutural. Neste procedimento, como dados de entrada, são necessários as características mecânicas dos materiais, bem como o correspondente módulo de deslizamento da ligação, determinado experimentalmente por ensaios de corpos-de-prova. Dos esforços internos, por condições de equilíbrio, é possível estimar, para um dado carregamento, as tensões e por sua vez as deformações ao longo da seção transversal do elemento estrutural.

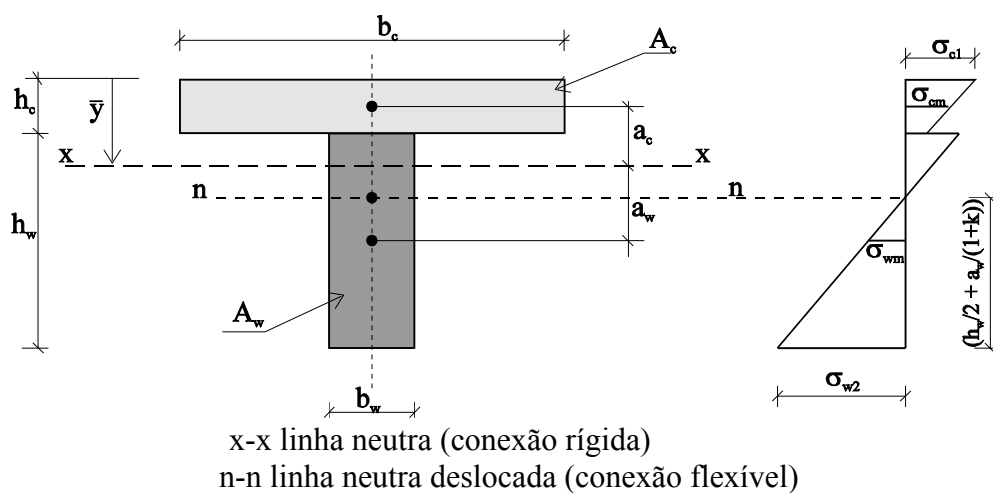
### **3.2.2 Método dos Elementos Finitos**

Através do método dos elementos finitos torna-se possível a obtenção de diversas informações tais como: deslocamentos verticais, tensões, forças nos conectores, as quais permitem a verificação da estrutura. Com este objetivo, foi utilizado o programa SAP2000, sendo os materiais concreto e madeira representados por elementos de “shell” e os conectores representados por elementos de “frame”, conforme apresentado na metodologia de pesquisa.

### 3.2.3 Método de Cálculo Adaptado da Norma DIN 1052/73

A norma alemã sobre estruturas de madeira, DIN 1052/73, traz uma abordagem para o dimensionamento de estruturas cuja seção transversal é constituída por madeiras de diferentes propriedades mecânicas e de elasticidade.

Um tratamento para as seções mistas em concreto-madeira é apresentado neste item, onde a seção transversal é inicialmente homogeneizada, fixando-se a madeira como material de referência. A partir daí, com base nos critérios de dimensionamento de vigas com alma contínua e conexões deformáveis, conforme PFEIL (1985), são indicadas as expressões para a determinação das tensões em algumas posições de interesse da seção transversal, e também para a verificação das conexões. Devido ao emprego de um sistema de conexão deformável, que permite pequenos deslocamentos relativos entre a mesa e alma da viga, existirá uma descontinuidade no diagrama de tensões, conforme ilustra a Figura 3.04b.



a) Seção transversal

b) Diagrama de tensões normais

FIGURA 3.04 - Seção da viga mista em concreto-madeira

FONTE: Adaptado de PFEIL (1985)

Como discutido anteriormente, para levar em consideração o efeito desses pequenos deslizamentos deve-se reduzir o valor do momento de inércia conforme expressão 3.04, onde torna-se evidente o parâmetro da razão modular do concreto:

$$I_{ef} = I_w + n_c I_c + \frac{1}{1+k} (n_c A_c a_c^2 + A_w a_w^2) \quad (3.04)$$

onde:  $I_w$  = momento de inércia da seção de madeira;  $I_c$  = momento de inércia da seção de concreto;  $n_c$  = razão modular do concreto;  $A_c$  = área de concreto;  $A_w$  = área de madeira;  $a_c$  e  $a_w$  são distâncias representadas na Figura 3.04a.

$$a_c = \bar{y} - \frac{h_c}{2} \quad a_w = h_c + \frac{h_w}{2} - \bar{y} \quad (3.05a,b)$$

O coeficiente  $k$  empregado na expressão do momento de inércia efetivo para a seção com dois materiais diferentes, que considera o produto de rigidez de cada um dos materiais, é calculado segundo a expressão:

$$k = \frac{\pi^2 s}{l^2 K} \frac{E_c A_c E_w A_w}{(E_c A_c + E_w A_w)} \quad (3.06)$$

onde:  $s$  = espaçamento entre conectores;  $E_c$  = módulo de deformação longitudinal do concreto;  $E_w$  = módulo de elasticidade da madeira;  $l$  = vão entre apoios.

O módulo de deslizamento  $K$  utilizado na expressão 3.06, para estrutura com seção “T”, é apresentado pela norma de estruturas de madeira DIN 1052/73, cujo valor é de 6 kN/cm (600 kgf/cm).

As tensões normais de flexão na borda superior e no baricentro da mesa, considerando-se o momento de inércia efetivo e a razão modular, são obtidas conforme as expressões:

$$\sigma_{cl} = n_c \frac{M}{I_{ef}} \left( \frac{a_c}{1+k} + \frac{h_c}{2} \right) \quad \sigma_{cm} = n_c \frac{M}{I_{ef}} \left( \frac{a_c}{1+k} \right) \quad (3.07 a,b)$$

No caso da madeira, as tensões normais na fibra mais tracionada e no baricentro da alma são dados, respectivamente, por:

$$\sigma_{w2} = \frac{M}{I_{ef}} \left( \frac{a_w}{1+k} + \frac{h_w}{2} \right) \quad \sigma_{wm} = \frac{M}{I_{ef}} \left( \frac{a_w}{1+k} \right) \quad (3.08 \text{ a,b})$$

Para as situações de conectores situados em região tracionada, como ocorre em vigas “I”, por exemplo, como salienta PFEIL (1985), as expressões anteriores devem ser corrigidas, descontando as áreas dos furos dos conectores.

A verificação das conexões consiste em determinar o número de conectores capaz de absorver o fluxo de cisalhamento na superfície de ligação T. Esse fluxo, para ligações com conectores flexíveis, deve ser calculado conforme a equação:

$$T = \frac{V \cdot S_c}{I_{ef}(1+k)} \quad (3.09)$$

onde: T = fluxo de cisalhamento; V = força cortante;  $S_c$  = momento estático da seção de concreto.

Assim, conhecendo-se o fluxo de cisalhamento longitudinal e a força admissível para um conector, é possível determinar o espaçamento entre os conectores através da expressão:

$$\frac{R_1}{s} \geq T \quad (3.10)$$

onde:  $R_1$  = força admissível no conector; s = espaçamento entre conectores.

A verificação da tensão máxima de cisalhamento na alma da viga faz-se pela expressão que também está adaptada para levar em consideração os pequenos deslocamentos tangenciais longitudinais.

$$\tau = \frac{V \cdot S_w}{b_w \cdot I_{ef}} = \frac{V}{2I_{ef}} \left( \frac{h_w}{2} + \frac{a_w}{1+k} \right)^2 \quad (3.11)$$

O momento estático da área da alma abaixo da linha neutra deslocada n-n é obtido por :

$$S_w = \left( \frac{h_w}{2} + \frac{a_w}{1+k} \right)^2 \frac{b_w}{2} \quad (3.12)$$

Finalmente neste processo de dimensionamento da viga “T” deve-se verificar o deslocamento vertical, limitando-se para tanto a valores impostos por normas. As expressões clássicas podem ser utilizadas, porém empregar-se-á o momento de inércia efetivo. Assim, para uma viga bi-apoiada e solicitada por carregamento uniformemente distribuído, tem-se:

$$\frac{5}{384} \frac{q \cdot l^4}{E_w I_{ef}} \leq w_{limite} \quad (3.13)$$

onde: q = carregamento distribuído uniforme.

### 3.2.4 Método de Cálculo Adaptado da Norma EUROCODE 5 (1993)

O presente procedimento de cálculo é indicado por CECCOTTI (1995) e consiste na adaptação da norma europeia de madeira EUROCODE 5/93. A influência do deslizamento das ligações de vigas compostas, segundo o EUROCODE 5/93, deve ser considerada mediante a determinação de um produto de rigidez efetivo  $(EI)_{ef}$ , cujo valor resulta da forma da seção transversal da viga, do módulo de elasticidade de cada elemento, do espaçamento entre conectores e do módulo de deslizamento da ligação:

$$(EI)_{ef} = E_c I_c + y_c E_c A_c a_c^2 + E_w I_w + y_w E_w A_w a_w^2 \quad (3.14)$$

onde:  $E_c$ ,  $I_c$ ,  $E_w$ ,  $I_w$ , = módulo de deformação longitudinal e momento de inércia do concreto e da madeira, respectivamente;  $y_c$  = fator parcial da mesa;  $y_w = 1,0$  (fator parcial da alma).

$$y_c = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_c A_c s}{K \cdot l^2} \right]^{-1} \quad (3.15)$$

$$a_w = \frac{y_c E_c A_c (h_c + h_w)}{2[y_c E_c A_c + y_w E_w A_w]} \quad (3.16)$$

$$a_c = \frac{(h_c + h_w)}{2} - a_w \quad (3.17)$$

onde:  $s$  = espaçamento dos conectores;  $l$  = vão teórico da viga;  $K$  = módulo de deslizamento da ligação;  $A_c$  = área de concreto.

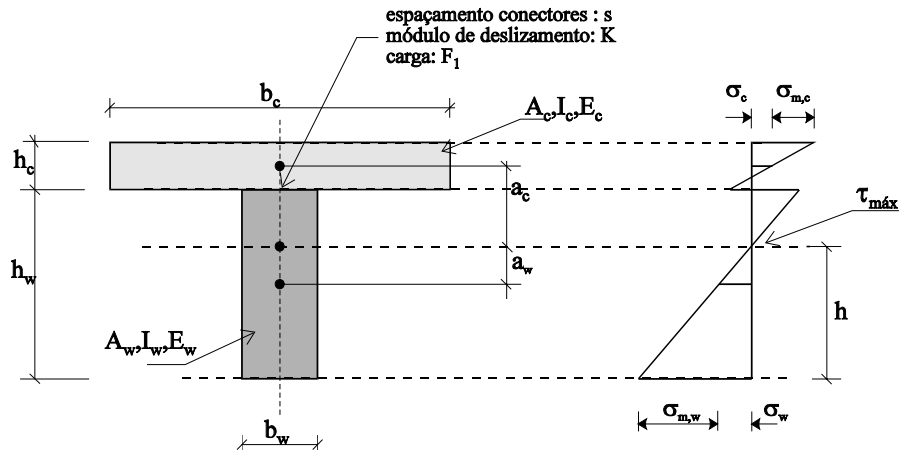


FIGURA 3.05 - Representação da seção T e tensões  
FONTE: Adaptado de EUROCODE 5/93, p. 96.

Neste procedimento de cálculo, o valor do módulo de deslizamento, considerando-se a análise nos estados limites de utilização, é indicado em função da densidade da madeira e do diâmetro dos conectores pela expressão:

$$K_{ser} = \frac{\rho_k^{1,5} \phi}{20} \quad (3.18)$$

onde:  $\rho_k$  = densidade característica do material ( $\text{kg/m}^3$ );  $\phi$  = diâmetro do conector (mm).

Em caso de uso de pregos sem pré-perfuração da madeira, o módulo deve então ser assumido igual a:

$$K_{ser} = \frac{\rho_k^{1,5} \phi^{0,8}}{25} \quad (3.19)$$

Para as situações de elementos de densidades características diferentes, o valor a ser assumido para a densidade característica é obtido por:



$$\rho_k = \sqrt{\rho_{k,1} \cdot \rho_{k,2}} \quad (3.20)$$

onde:  $\rho_{k,1}$  e  $\rho_{k,2}$  = densidades características dos materiais 1 e 2, respectivamente.

Para os estados limites últimos, o módulo de deslizamento a ser considerado deve ser reduzido em 2/3 do correspondente valor para o *estado limite de utilização*:

$$K_u = \frac{2}{3} K_{ser} \quad (3.21)$$

Segundo o EUROCODE 5/93, para efeito de cálculo de  $y_c$ , deve-se considerar um vão teórico igual a:

$$l = \begin{cases} \text{próprio vão, para vigas bi-apoiadas;} \\ 0,8 \text{ do vão, para vigas contínuas;} \\ 2 \text{ vezes o comprimento do balanço.} \end{cases}$$

As seguintes expressões são indicadas para o cálculo das tensões normais:

$$\sigma_c = y_c E_c a_c \frac{M}{(EI)_{ef}} \quad \sigma_{m,c} = 0,5 E_c h_c \frac{M}{(EI)_{ef}} \quad (3.22 \text{ a,b})$$

onde: M= momento fletor.

$$\sigma_w = y_w E_w a_w \frac{M}{(EI)_{ef}} \quad \sigma_{m,w} = 0,5 E_w h_w \frac{M}{(EI)_{ef}} \quad (3.23 \text{ a,b})$$

O valor da máxima tensão de cisalhamento é obtido por:

$$\tau_{w,max} = 0,5 E_w b_w h^2 \frac{V}{b_w (EI)_{ef}} \quad (3.24)$$

onde: V= força cortante.

A força por conector é expressa por:

$$R_1 = \frac{y_c E_c A_c a_c s V}{(EI)_{ef}} \quad (3.25)$$

Neste texto, foram apresentadas as expressões de cálculo relacionadas à seção “T”, porém, para outras formas de seções deve-se consultar a norma EUROCODE 5/93.

### 3.3 Verificação dos Deslocamentos Verticais

Na determinação da flecha da estrutura mista, como visto anteriormente, deve-se levar em conta o efeito da flexibilidade da estrutura, a qual representa um acréscimo de deslocamento vertical. Essa flecha deve então ser limitada de maneira a atender as condições de estado limite de utilização, podendo-se, deste modo, utilizar os valores limites estabelecidos conforme as Normas Brasileiras NBR 7190/97 e NBR 6118/82.

No item 9.2.1 da NBR 7190/97, para as *construções correntes*, a flecha efetiva oriunda da carga permanente mais a carga accidental deve estar limitada a:

- $l/200$  dos vãos;
- $l/100$  do comprimento dos balanços.

Para as *construções com materiais frágeis sob/sobre a estrutura*, a NBR 7190/97 estabelece outros limites para as flechas totais, incluindo o efeito de fluência da madeira:

- $l/350$  dos vãos;
- $l/175$  do comprimento dos balanços.

Neste último caso, ou seja, em *construções com materiais frágeis ligados à estrutura*, as flechas nas estruturas de madeira devidas apenas às ações variáveis não devem superar:

- $l/300$  dos vãos;
- $l/150$  do comprimento dos balanços.

Para as vigas e lajes de edifícios em concreto armado a NBR 6118/82 as flechas, quando atuarem todas as ações, não ultrapassarão a:

- $l/300$  dos vãos;
- $l/150$  do comprimento dos balanços.

Em vigas e lajes de edifícios em concreto armado, as flechas causadas pelas ações acidentais devem ser limitadas a:

- $l/500$  dos vãos;
- $l/250$  do comprimento dos balanços.

Dos limites apresentados acima verificam-se que as flechas indicadas pela norma NBR7190/97 são menos conservadoras, isto é, apresentam limites maiores. Mesmo assim, é razoável atender a esses valores, uma vez que as peças de madeira representam a maior parcela na inércia efetiva da seção transversal.

### **3.4 Dimensionamento da Estrutura**

No processo de cálculo de uma estrutura mista em concreto-madeira devem ser verificados todos os materiais que formam uma seção do elemento estrutural. Esses materiais: concreto, madeira e aço dos conectores, possuem comportamentos estruturais distintos em razão das suas características naturais intrínsecas.

Na rotina de cálculo dos projetos tornar-se-ia um tanto complexo, por exemplo, a consideração do efeito da plasticidade do concreto, mesmo porque, geralmente, a flecha é o limitante para o carregamento máximo da estrutura. Isso implica em carregamentos inferiores àqueles alcançados em regime de ruptura da viga. Por esta razão, alguns pesquisadores adotam a simplificação de, por exemplo, o concreto trabalhar em regime elástico sendo, portanto, válida a lei de Hooke como relação constitutiva do material.

Com o desenvolvimento da teoria da plasticidade e, principalmente, com o avanço das técnicas computacionais, essas simplificações tendem a deixar de ter razões de existir. Nesse sentido, para a presente projeto fez-se uma pesquisa do potencial oferecido pelo programa SAP2000, de suas considerações da não-linearidade do material. Entretanto, das consultas aos seus manuais verificou-se que o mesmo considera apenas os efeitos da não-linearidade geométrica. Essa questão, talvez possa ser contornada, por exemplo, com a modificação da rigidez da seção de concreto para cada estágio de carregamento.

Para efeito de dimensionamento dos elementos estruturais, serão seguidas as recomendações propostas por um grupo de pesquisadores italianos, conforme apresentado por CECCOTTI (1995). Nesse método, cada material receberá um tratamento particular de tal maneira que as solicitações impostas das condições de carregamento da estrutura, sejam limitadas aos valores estabelecidos pelas respectivas normalizações.

Na verificação ao cisalhamento vertical é indicado, por questões de segurança, que todo o esforço cortante na viga seja resistido apenas pela peça de madeira.

### **3.4.1 Verificação da Madeira**

Seguindo as recomendações da NBR 7190/97, deve-se verificar a segurança das peças de madeira para resistirem aos seus esforços solicitantes de compressão, de tração e de cortante.

Para o caso das estruturas da presente pesquisa, ou seja vigas e painéis, as peças são fletidas, apresentando nas fibras inferiores esforços de tração e, comumente, compressão nas fibras superiores, conforme visto anteriormente. Nessa situação, a segurança fica garantida pela observância simultânea das seguintes condições:

$$\sigma_{c1,d} \leq f_{cd} \quad (3.26)$$

$$\sigma_{t2,d} \leq f_{td} \quad (3.27)$$

onde:  $f_{cd}$  e  $f_{td}$  são as resistências de cálculo à compressão e à tração, respectivamente.  $\sigma_{c1,d}$  e  $\sigma_{t2,d}$  são as tensões atuantes de cálculo nas bordas mais comprimida e mais tracionada, respectivamente.

A condição de segurança em relação às tensões tangenciais é expressa por:

$$\tau_d \leq f_{v0,d} \quad (3.28)$$

onde:  $f_{v0,d}$  é a resistência de cálculo ao cisalhamento.

Considerando-se que todo o esforço solicitante de cortante seja absorvido pela viga de madeira, e no caso das peças retangulares, a tensão máxima de cisalhamento,  $\tau_d$ , é determinada pela expressão indicada pela NBR 7190/97.

$$\tau_d = \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot b_w \cdot h_w} \quad (3.29)$$

onde:  $\tau_d$  = tensão máxima de cisalhamento;  $V_d$  = cortante de cálculo;  $b_w$  e  $h_w$  largura e altura da peça de madeira, respectivamente.

As propriedades mecânicas da madeira podem ser obtidas por meio de ensaios normalizados, ou ainda, para algumas espécies mais comuns, através dos valores apresentados no Anexo E da NBR 7190/97. Em se tratando de espécies de madeiras usuais, na falta da determinação experimental, a NBR 7190/97 permite estimar as resistências características através das correlações apresentadas no Anexo A do presente trabalho.

A expressão para a determinação dos valores de cálculo das resistências é apresentada pela NBR 7190/97.

$$f_{wd} = k_{mod} \frac{f_{wk}}{\gamma_w} \quad (3.30)$$

Na expressão da resistência de cálculo o coeficiente de modificação,  $k_{mod}$ , é obtido pelo produto de outros três coeficientes ( $k_{mod1} \cdot k_{mod2} \cdot k_{mod3}$ ), que levam em conta a *classe de carregamento e o tipo de material empregado*, *classe de umidade* e *o tipo de material*

*empregado* e a *categoria da madeira*, respectivamente. A resistência característica é representada por  $f_{wk}$  e o coeficiente  $\gamma_w$  é o coeficiente de minoração dos valores de resistência.

Na Tabela 3.01 são apresentados os valores usuais dos coeficientes de modificação e de minoração, para carregamentos de longa duração, conforme indicado pela NBR 7190/97.

TABELA 3.01 – Coeficientes de minoração para carregamentos de longa duração

Situações duradouras de projeto para carregamentos de longa duração ( $k_{mod,1} = 0,7$ )	
Madeira serrada (segunda categoria: $k_{mod,3} = 0,8$ )	
Classes de umidade (1) e (2)	$k_{mod} = 0,7 \cdot 1,0 \cdot 0,8 = 0,56$
Classes de umidade (3) e (4)	$k_{mod} = 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,45$
Compressão	$\gamma_{wc} = 1,4$
Tração	$\gamma_{wt} = 1,8$
Cisalhamento	$\gamma_{wv} = 1,8$

Adaptada da NBR 7190/97

### 3.4.2 Verificação do Concreto

O elemento de concreto, que na maioria das estruturas mistas forma a mesa da estrutura deve respeitar os valores limites na compressão. Ainda que seja desejado, para o elemento estrutural de seção mista, que na parte de concreto ocorram somente esforços de compressão, pode ocorrer na borda inferior da mesa esforços de tração. Nesse caso, os esforços de tração devem ser combatidos por uma armadura dimensionada para tal solicitação, e corretamente posicionada junto à região tracionada da laje.

Caso o elemento de concreto esteja solicitado somente à compressão, uma armadura mínima deverá ser utilizada para o combate de fissuras oriundas da retração, ou ainda com a função de limitar a abertura de uma possível fissura longitudinal ao longo da linha dos conectores. A armadura mínima é indicada pela NBR 6118/82 igual à  $(0,15\% \cdot b \cdot h)$ , onde  $b$  é a largura e  $h$  a altura da peça. Na direção perpendicular à armadura principal deve-se dispor uma

armadura de distribuição cuja área mínima deve ser a maior entre:  $(0,20 \cdot A_{s,\text{principal}})$  ou  $(0,9 \text{ cm}^2/\text{m})$ .

Em função da posição da linha neutra referente ao elemento de concreto da seção mista, são possíveis duas situações de solicitação: *toda a seção comprimida* ou *borda superior comprimida e borda inferior tracionada*.

De acordo com a NBR 6118/82, o estado limite último para as peças em concreto armado corresponde à ruína por ruptura, por deformação plástica excessiva ou por instabilidade. A ruína por ruptura ocorre com o esmagamento do concreto, isso ocorre com o encurtamento de 3,5‰. A ruína por deformação plástica excessiva ocorre na de aço para o valor 10‰.

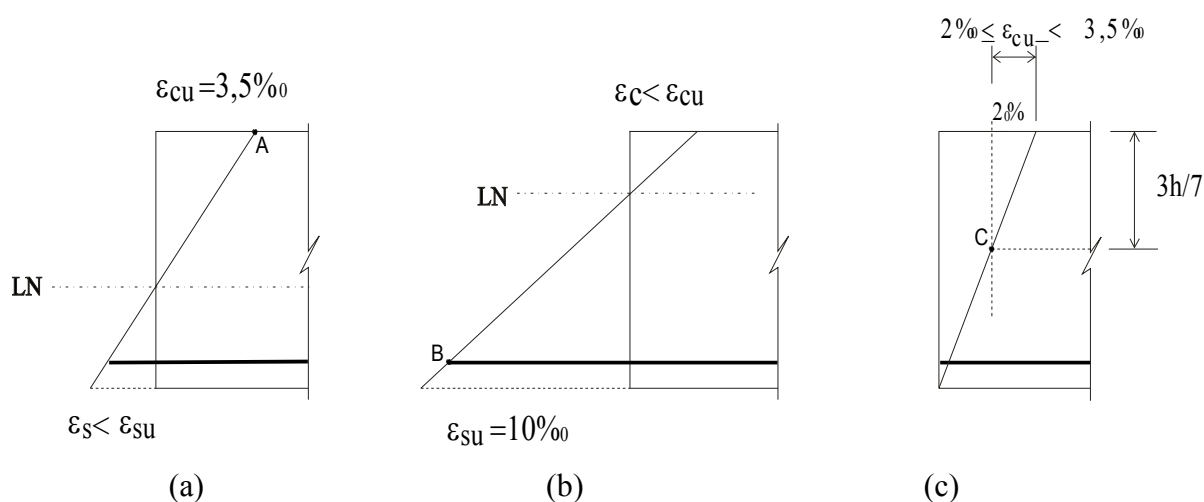


FIGURA 3.06 - Estados limites últimos de ruína

- ruptura por compressão do concreto (Figura 3.06a);
- ruptura por tração da armadura (Figura 3.06b);
- seção totalmente comprimida (Figura 3.06c): ruptura por compressão do concreto e é dada pela reta que passa pelo ponto C (abscissa 2‰ e ordenada  $3h/7$ ) (Figura 7c).

Para o dimensionamento das peças em concreto armado, solicitadas à compressão, tração ou flexão simples ou composta, normal ou oblíqua, excetuando-se as vigas paredes, a NBR 6118/82 apresenta as seguintes hipóteses simplificadoras:

- As seções transversais permanecem planas;
- Alongamento máximo permitido ao longo da armadura de tração é de 10‰;
- O encurtamento de ruptura do concreto, no estado limite último, é igual à 3,5‰ nas peças fletidas. Nas seções inteiramente comprimidas, o encurtamento de ruptura varia de 3,5‰ a 2‰, mantendo igual a 2‰ a deformação a  $3h/7$ , a partir da seção mais comprimida.
- A distribuição das tensões do concreto na seção tem forma parabólica. É permitida a substituição desse diagrama por um de forma retangular de altura  $0,80 x$  (onde  $x$  é a posição da linha neutra), sendo a tensão para as peças de seção constante igual a  $0,85 f_{cd}$ .
- A resistência à tração do concreto é totalmente desprezada;

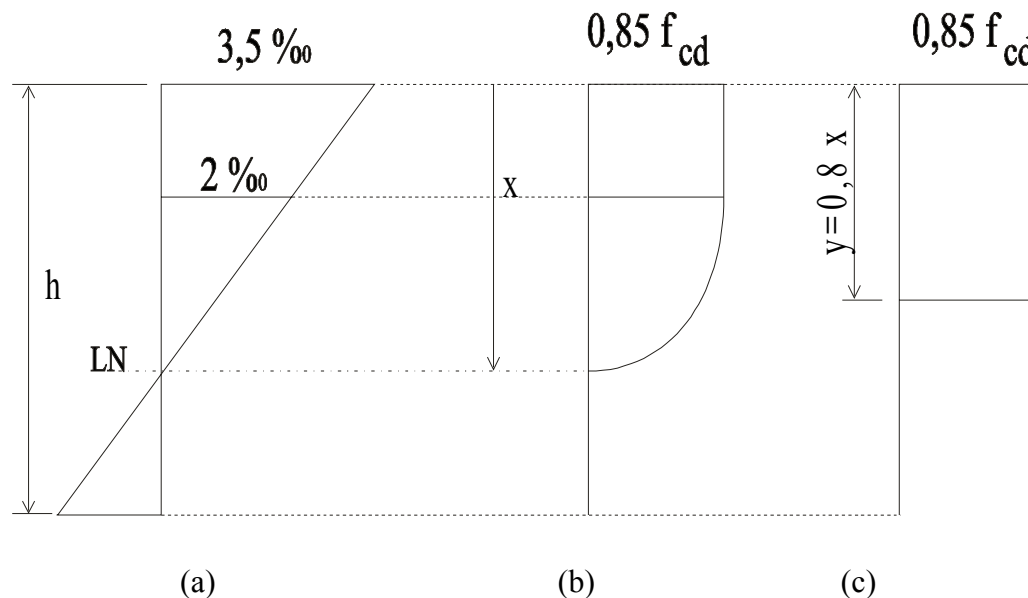


FIGURA 3.07 – Diagramas (a) deformação; (b) tensão; (c) tensão – simplificação

No caso da ocorrência de tração no fundo da laje é possível calcular a armadura necessária para absorver esse esforço. Para isso, é necessário conhecer o valor do momento fletor atuante na seção de concreto, o qual pode ser determinado, por exemplo, usando-se equações diferenciais. O cálculo da armadura simples segue por meio do equacionamento de equilíbrio das forças internas e da compatibilidade de deformação, representados na Figura 3.08.



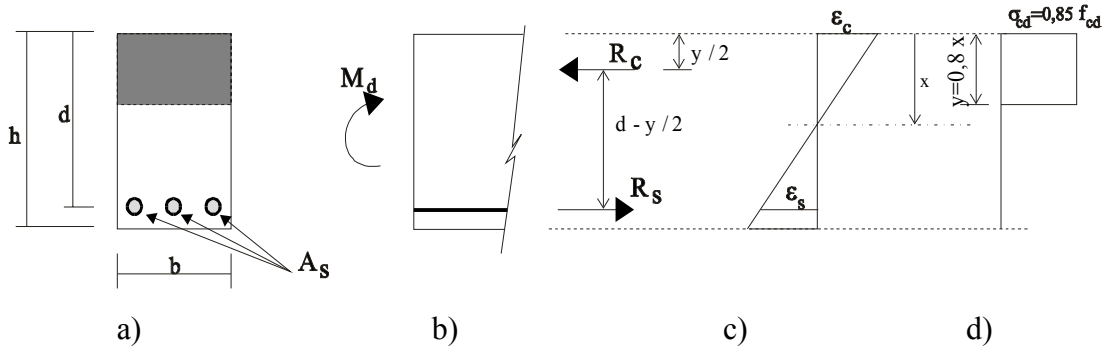


Figura 3.08 – a) Seção transversal de uma viga; b) esquema de esforços internos; c) diagrama de deformação; d) diagrama de tensão.

Para o dimensionamento utilizar-se-á de duas equações de equilíbrio (resultantes das forças e momento fletor) e uma equação de compatibilidade de deformações.

$$R_c - R_s = 0 \quad (3.31)$$

$$M_d = R_c \left( d - \frac{y}{2} \right) = R_c (d - 0,4x) \quad (3.32)$$

Sabendo-se que a resultante de compressão atua na área ( $b \cdot y$ ), tem-se:

$$R_c = \sigma_{cd} (b \cdot y) = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot 0,8x \quad (3.33)$$

Multiplicando-se e dividindo-se por  $d$ , a expressão anterior torna-se:

$$R_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot 0,8 \frac{x}{d} d = 0,68 \cdot b \cdot d \cdot K_x \cdot f_{cd} \quad (3.34)$$

onde  $K_x = \frac{x}{d}$

A resultante na armadura tem o seguinte valor:

$$R_s = A_s \sigma_s \quad (3.35)$$

Substituindo-se as resultantes do concreto e da armadura, reescreve-se as equações (3.31) e (3.32)

$$0,68 \cdot b \cdot d \cdot K_x \cdot f_{cd} - A_s \sigma_s = 0 \quad (3.36)$$

$$M_d = 0,68 \cdot b \cdot d \cdot K_x f_{cd} (d - 0,4x) = 0,68 \cdot b \cdot d^2 \cdot K_x \cdot f_{cd} (1 - 0,4K_x) \quad (3.37)$$

A equação de compatibilidade das deformações é obtida por relação de triângulos:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x} \quad (3.38)$$

como  $K_x = \frac{x}{d}$ , pode-se reescrever:

$$\frac{\varepsilon_c}{K_x} = \frac{\varepsilon_s}{1 - K_x} \quad (3.39)$$

$$\text{ou então } K_x = \frac{\varepsilon_c}{(\varepsilon_c + \varepsilon_s)}$$

Uma vez fixada a posição da linha neutra e determinado o valor de  $K_x$ , a armadura da laje é determinada da expressão (3.36).

### 3.4.3 Verificação dos Conectores

Nas ligações por pinos metálicos, além de ser verificada a capacidade de resistência dos conectores ao corte, deve também ser verificado o efeito de embutimento na madeira, bem como o efeito da compressão localizada no concreto. Por isso, a capacidade do sistema de ligação depende também das características da madeira e do concreto a ser utilizado na construção do elemento estrutural de seção mista.

Assim, a força de cálculo atuante num conector deve estar limitada à capacidade dos três materiais, de maneira a evitar essas formas de falha da ligação. As expressões seguintes foram apresentadas por CECCOTTI (1995), com base nas indicações da norma de madeira EUROCODE 5 (1993):

- Resistência ao efeito de corte no conector:

$$R_{1,d} \leq 0,8 \cdot f_y \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4 \cdot \gamma_m} \quad (3.40)$$

- Efeito de compressão localizada no concreto:

$$R_{1,d} \leq 0,23 \cdot \phi^2 \sqrt{f_{cc} \cdot \frac{E_c}{\gamma_m}} \quad (3.41)$$

- Efeito de embutimento na madeira:

$$R_{1,d} \leq 1,5 \sqrt{2 \frac{M_{y,k}}{\gamma_m} f_{e0,d} \cdot \phi} \quad (3.42)$$

onde :  $R_{1,d}$  = força de cálculo atuante num conector;

$f_{cc}$  = resistência cúbica do concreto à compressão;

$M_{y,k} = 0,8 \cdot f_y \cdot \frac{(\phi)^3}{6}$  momento de escoamento de um conector;

$f_y$  = tensão de escoamento do conector;

$\phi$  = diâmetro do conector;

$f_{e0,d}$  = tensão de embutimento paralela às fibras da madeira;

$E_c$  = valor médio do módulo de deformação longitudinal do concreto;

A utilização das expressões acima está fundamentada, para efeito de cálculo, numa analogia ao sistema de ligação madeira-chapa de aço, considerando o concreto como uma chapa de aço. Embora o concreto apresente um módulo de deformação longitudinal da ordem de sete vezes menor que o valor do módulo de elasticidade do aço, consideram-se suas deformações com grandezas próximas, graças à maior espessura da seção transversal do elemento de concreto. Por esse motivo, deve-se utilizar concreto de densidade normal ( $\sim 24 \text{ kN/m}^3$ ) e ,ainda é indicado por CECCOTTI (1995) que a resistência à compressão, obtida em corpos-de-prova cúbicos, seja igual ou superior à 30 MPa, que corresponde a um  $f_{ck} \sim 24 \text{ MPa}$ , conforme apresentado na Tabela 3.02.

TABELA 3.02 – Resistências características (MPa)

Concreto	C12	C20	C30	C40	C50	C60	C70	C80
$f_{ck,cilindrico}$	12	20	30	40	50	60	70	80
$f_{ck,cúbico}$	15	25	37	50	60	70	80	90

FONTE: CEB-FIP (1990), p.34.

## 4 METODOLOGIA DE PESQUISA E DESCRIÇÃO DAS ESTRUTURAS ENSAIADAS

Nesse item são apresentados tópicos referentes à caracterização dos materiais, bem como detalhes construtivos das estruturas ensaiadas. Como parte desta pesquisa sobre estruturas mistas em concreto-madeira, foram realizadas três séries de ensaios, de maneira a conhecer a performance estrutural segundo este método alternativo de construção.

- Numa fase preliminar foi ensaiada uma viga em concreto-madeira, medindo dois metros de comprimento e seção transversal “T”. O estudo fez parte de uma disciplina, tendo grande importância para uma primeira noção do comportamento de uma estrutura mista, bem como as formas de montagem da peça. Como sistema de ligação utilizaram-se pregos 24 x 60. Também foram realizados, em dois corpos-de-prova, ensaios de cisalhamento dos conectores.
- A primeira fase experimental constou de ensaios de 10 vigas de seção “T”, com 1,00 m de comprimento. Foram pesquisados os desempenhos dessas estruturas com os sistemas de ligações: *flexível* (pregos 22 x 48) e *rígida* (adesivo epoxi). Um total de 12 corpos-de-prova foram confeccionados para ensaio de determinação do módulo de deslizamento desses sistemas de ligações.
- Na segunda fase foram ensaiadas estruturas maiores, num total de 06 vigas “T” medindo 3,00 m de comprimento, 03 painéis em concreto-madeira com 3,00 m de comprimento e 0,80 m de largura, e mais um painel com 1,50 m de comprimento e

0,80 m de largura. Como sistema de ligação flexível foram utilizados: pregos 24 x 60 e parafusos de 3/8" e 1/2" de diâmetro.

#### 4.1 Ensaio Preliminar

A viga de seção "T" em concreto-madeira, medindo 200 cm entre apoios, que foi ensaiada nessa fase, é representada na Figura 4.01. Nessa única viga, utilizou-se madeira da espécie *Peroba Rosa* com seção transversal de 6 cm x 16 cm. Como sistema de ligação entre a alma e a mesa foram utilizados pregos 24 x 60 (6,58 mm de diâmetro e 126,5 mm de comprimento) espaçados a cada 5cm. Esse espaçamento dos conectores foi fixado, buscando-se uma medida próxima ao valor mínimo da NBR 7190/97, que para o diâmetro desses pregos (6,58 mm) é igual a 30,5 mm.

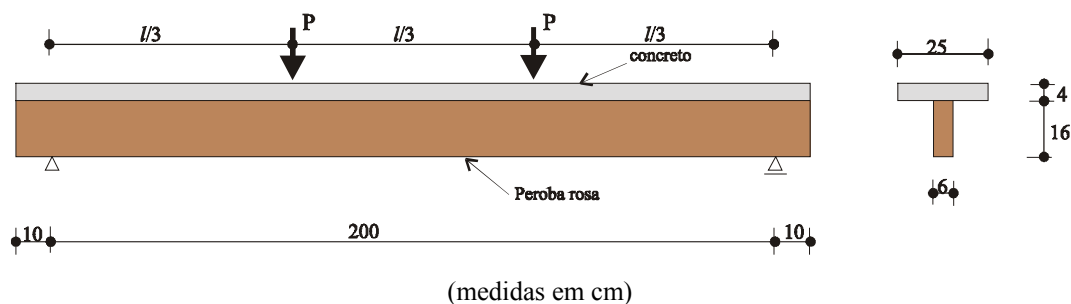
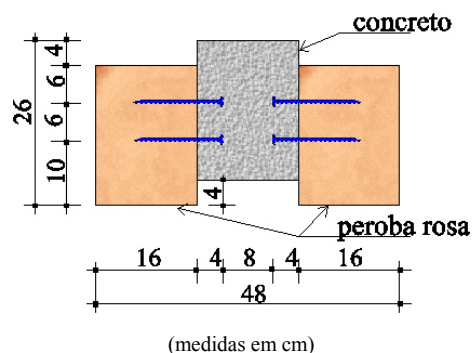


FIGURA 4.01 – Viga "T" concreto-madeira - fase preliminar



(a) vista de conectores instalados na viga



(b) corpo-de-prova de cisalhamento

FIGURA 4.02 – Detalhe de instalação dos conectores

O modelo de corpo-de-prova de cisalhamento adotado, apresenta algumas semelhanças com o modelo proposto por RICHART & WILLIAMS (1943). Nesse modelo, a simetria torna de fácil a realização de ensaios na prensa universal. Para uma melhor representação do sistema de ligação, os pregos foram espaçados com medidas iguais às aquelas utilizadas na viga.

Os resultados sobre a eficiência desse tipo de estrutura analisados através de equações adaptadas da Norma DIN 1052/69 e da NBR 7190/97, podem ser vistos em SORIANO et al (1998).

## **4.2 Primeira Série de Estruturas do Programa Experimental**

A primeira série de estruturas do programa experimental desta pesquisa consta de dez vigas em concreto-madeira com seção “T”, as quais foram montadas com materiais de mesmas características e dimensões apresentadas na Figura 4.03. Avaliam-se nessa série o comportamento do sistema de ligação flexível por pregos 22 x 48 (5,4 mm de diâmetro e comprimento 110 mm), e também o sistema de ligação rígida por adesivo epoxi. Duas vigas dessa série de ensaios foram construídas sem o sistema de ligação, permitindo, assim, o livre deslizamento entre a alma e a mesa das vigas. Nessa série, todas as vigas foram carregadas com incrementos de carga aplicados no meio do vão.

Nas vigas cujo sistema de ligação é considerado flexível, os pregos foram dispostos de duas formas, isto é, três vigas com pregos posicionados numa única fila longitudinal, e outro grupo de três vigas com pregos dispostos em duas linhas longitudinais, porém em zig-zag. A Tabela 4.01 apresenta os sistemas de ligação para cada uma das vigas ensaiadas.

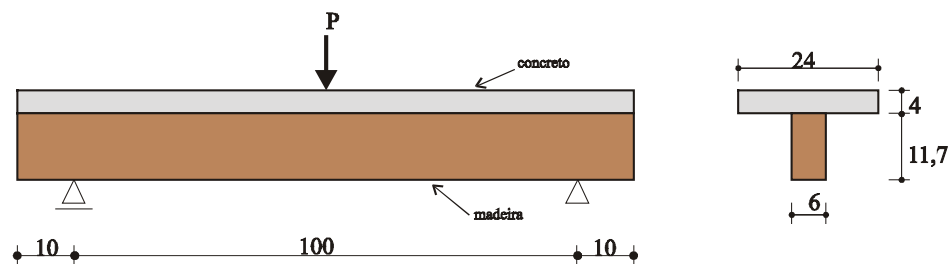


FIGURA 4.03 – Dimensões das vigas (cm)

TABELA 4.01 – Tipos de conexão

VIGA	Tipo de conexão	Disposição do sistema
Vtcm01	pregos (22 x 48)	“zig-zag” espaçamento de 5 cm
Vtcm02		
Vtcm03		
Vtcm04	pregos (22 x 48)	alinhados longitudinalmente espaçamento de 5 cm
Vtcm05		
Vtcm06		
Vtcm07	adesivo epoxi	contínua
Vtcm08		
Vtcm09 <sup>(*)</sup>		
Vtcm10	sem conexão	-
Vtcm11		

<sup>(\*)</sup> Vtcm09 não foi ensaiada por apresentar imperfeições na superfície de contato.

As vigas foram montadas utilizando-se um mesmo lote de madeira da espécie Cupiúba (*Goupia glabra*) e a concretagem das mesas de um único lote de concreto. Na meia altura da mesa de cada viga foi disposta como armadura difusa uma tela eletrosoldada (malha 150 mm x 50 mm), formada por fios galvanizados de 3,0 mm de diâmetro. Esse posicionamento da malha de armadura, à meia altura da mesa, foi adotado uma vez que se esperava uma maior eficiência do sistema de ligação, o que implicaria somente compressão no concreto. Entretanto, verificou-se nos ensaios o surgimento de fissuras de tração nas bordas inferiores das mesas, sendo assim, o correto posicionamento dessa armadura seria próxima a interface de ligação concreto-madeira.

Na montagem desses elementos estruturais, os pregos foram instalados mediante pré-furação das vigas de madeira, cujas superfícies de ligação foram isoladas com a aplicação de uma demão de tinta a óleo. Posteriormente, fez-se o lançamento do concreto da mesa, e para facilitar esse processo, as vigas foram concretadas invertidas em relação às posições de ensaio e carregamento.



Para as vigas cujo sistema de ligação utilizado foi o adesivo epoxi Sikadur 32, seguindo instruções do fabricante, aplicou-se o produto na superfície da viga de madeira, colocando-se em seguida em contato com o concreto “fresco “. Esse adesivo é indicado para os diversos materiais utilizados nas construções civis, tais como: concreto, madeira, aço, etc. No caso de reparos de estruturas de concreto armado é indicado por exemplo como ponte de aderência entre o substrato (“concreto velho”) e o concreto fresco.



(a) instalação dos conectores



(b) concretagem

FIGURA 4.04 – Construção das vigas

Decorrido o período de cura do concreto, tornou-se impossível o ensaio das três vigas (Vtcm07, Vtcm08 e Vtcm09), uma vez que com o simples manuseio dessas vigas ocasionou o desprendimento das almas. Atribui-se a falha do sistema de ligação por adesivo, à possível formação de uma lâmina d'água na interface madeira-concreto, decorrente da exsudação da água de amassamento do concreto. Toda a cola fixou-se apenas na superfície de madeira, e na superfície do concreto observou-se a presença de pequenas cavidades formadas por bolhas d'água, conforme ilustrado na Figura 4.05.



FIGURA 4.05 – Falha no sistema de ligação por epoxi

Buscando aproveitar os mesmos materiais, retirou-se mecanicamente toda a cola das vigas de madeira, e estando o concreto com idade superior à 28 dias, aplicou-se então uma nova camada de epoxi nas superfícies de contato de ambos os materiais (madeira e concreto). Essa nova aplicação do adesivo permitiu solidarizar a alma e a mesa das vigas Vtcm07 e Vtcm08. A peça de madeira da viga Vtcm09 apresentava num trecho de seu comprimento uma imperfeição geométrica que dificultaria um contato direto com a peça de concreto, e por esta razão foi excluída da série de ensaios.

A viga Vtcm01 foi instrumentada com um total de 20 extensômetros elétricos distribuídos em duas seções transversais, ou seja nas seções localizadas nos terços do vão de viga. Para medir o deslizamento entre a mesa e a alma, foram instaladas ao longo do comprimento da viga de madeira 4 cantoneiras de chapa metálica para a fixação da base de medida para o Tensotast, ilustrado na Figura 4.06. Para cada cantoneira, fixou-se na mesa de concreto a outra base de medida através de uma chapa metálica colada no concreto. Para as demais vigas, foram utilizados apenas extensômetros Tensotast, cujas bases de medida foram fixadas nos terços de cada viga, de forma a evitar o efeito da carga concentrada no meio do vão.

A flecha no meio do vão foi medida, para cada estágio de carregamento, através de três relógios comparadores, sendo dois posicionados sob a mesa e o outro sob a alma da viga.

Chapa metálica  
colada no concreto

Cantoneira  
fixada na  
madeira

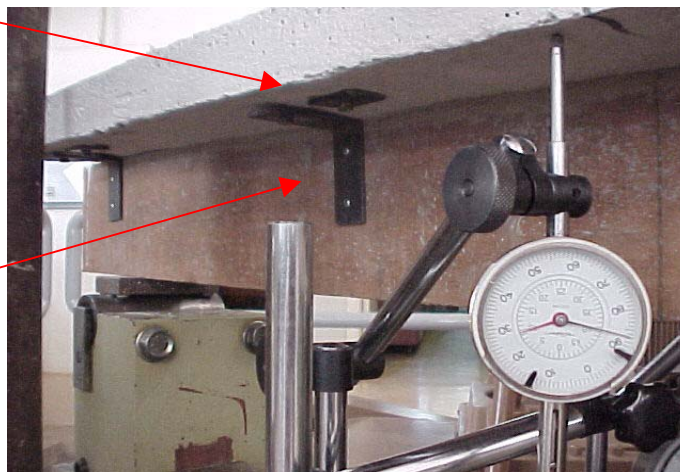


FIGURA 4.06 – Detalhes de instrumentação das vigas (cantoneiras e relógios)

#### 4.2.1 Corpos-de-prova para a Determinação do Módulo de Deslizamento

Paralelamente à montagem das vigas e utilizando-se dos mesmos lotes de materiais, foram moldados 12 corpos-de-prova de cisalhamento para a determinação da rigidez dos sistemas de ligações. Esses corpos-de-prova foram divididos em 4 grupos, para os quais se variou o número de conectores, com a presença ou não de um isolamento da interface de contato por meio de tinta à óleo aplicada na superfície da madeira. O sistema de ligação por adesivo epoxi também foi utilizado nessa série de ensaios de corpos-de-prova.

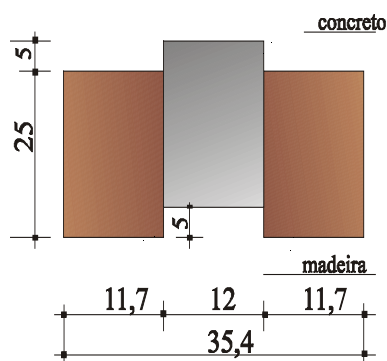


FIGURA 4.07 – Dimensões dos corpos-de-prova das ligações



FIGURA 4.08 – Concretagem dos corpos-de-prova das ligações

TABELA 4.02 - Corpos-de-prova para o módulo de deslizamento

Identificação		Número de conectores	Interface concreto-madeira
GR1	CPMC01	04 pregos	isolada
	CPMC02		
	CPMC03		
GR2	CPMC04	04 pregos	não isolada
	CPMC05		
	CPMC06		
GR3	CPMC07	02 pregos	isolada
	CPMC08		
	CPMC09		
GR4	CPMC10	epoxi	não isolada
	CPMC11		
	CPMC12		

De maneira análoga às vigas com sistema de conexão por epoxi, devido a falha da cola, os materiais dos corpos-de-prova do grupo GR4 receberam uma nova aplicação do adesivo epoxi, possibilitando então os ensaios para a determinação do módulo de deslizamento.

Para cada nível de carregamento, duas leituras de deslizamento entre as peças de concreto e madeira foram feitas. A instalação das bases de medida para o Tensotast no próprio corpo-de-

prova, conforme ilustrado na Figura 4.09, permite a obtenção do deslizamento relativo dos materiais sem que ocorra influência de deformações da prensa hidráulica.

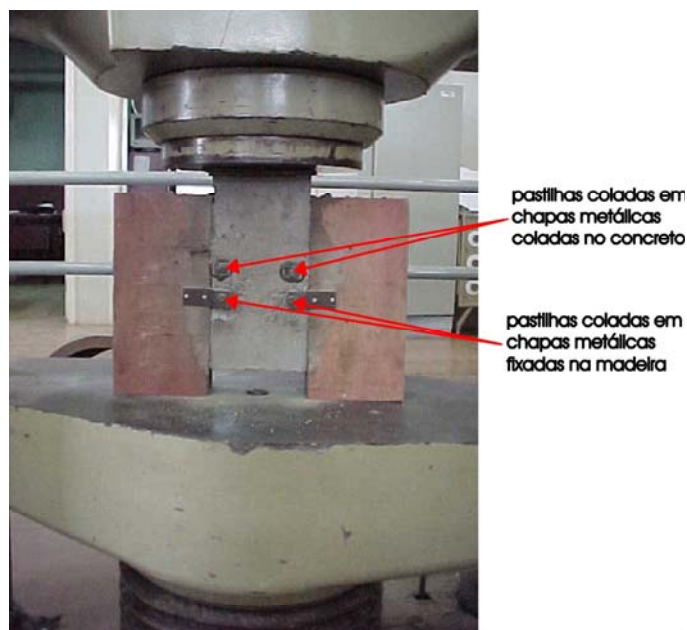


FIGURA 4.09– Detalhe das bases de medida em corpos-de-prova de cisalhamento

## 4.2.2 Caracterização das Propriedades da Madeira

A caracterização simplificada das propriedades da madeira seguem as indicações da NBR 7190/97, apresentada no Anexo A da presente pesquisa.

TABELA 4.03 – Umidade da madeira

amostra	1	2	3	4	5	6
U%	11,16	10,59	11,43	10,63	11,54	11,15
U% (médio)	11,08					

TABELA 4.04 – Resistência à compressão (U=11,08%)

	Corpo-de-prova					
	1	2	3	4	5	6
$f$ (MPa)	45,34	53,22	55,39	61,97	67,38	71,29
$f_{c0,m}$ (MPa)	59,10					
$f_{c0,k}$ (MPa) *	47,49					

\* valor calculado pela expressão A2 (ANEXO A)

TABELA 4.05 – Correção da resistência para umidade padrão (U=12%)

	UMIDADE (%)	$f_{c0,m}$ (MPa)	$f_{c0,k}$ (MPa)
ensaio	11,08%	59,10	47,49
	12%	57,47	46,18
NBR7190/97 **	12%	54,40	38,08

\*\* valor tabelado pela NBR7190/97

TABELA 4.06 – Módulo de elasticidade

		U%	Corpo-de-prova					
			1	2	3	4	5	6
ensaio	$E_{c0}$ (MPa)	11,08	12597,2	13016,7	21812,4	14622,8	11759,9	15760,1
	$E_{c0,m}$ (MPa)	11,08	14928					
	$E_{c0,m}$ (MPa)	12	14653					
NBR7190/97 **	$E_{c0,m}$ (MPa)	12	13627					

\*\* valor tabelado pela NBR7190/97

### 4.2.3 Resistência à Compressão do Concreto

TABELA 4.07 – Ruptura dos corpos-de-prova de concreto

Corpo de prova	Tensão (MPa)
CPC01	22,92
CPC02	21,65
CPC03	20,63
CPC04	22,66
CPC05	21,01
CPC06	23,55
CPC07	21,65
valor médio	22,01

Com os valores da Tabela 4.07 e procedimentos apresentados no Anexo A, tem-se:

$$f_{ck,est} = 2 \frac{20,6 + 21,0}{2} - 21,7 = 19,9 \text{ MPa}$$

devendo, portanto atender aos seguintes limites:

$$f_{ck,est} > \psi_6 \cdot f_l = 0,91 \cdot 10,6 = 18,7 \text{ MPa}$$

$$f_{ck,est} < 0,85 \frac{20,6 + \dots + 23,55}{7} = 18,7 \text{ MPa}$$

Para efeito de projeto o  $f_{ck,est}$  seria adotado igual à 18,7 MPa. Nas condições de laboratório utiliza-se o  $f_{c,médio} = 22 \text{ MPa}$ .

#### 4.2.4 Módulo de Deformação Longitudinal do Concreto

Com resultados experimentais, o módulo de deformação longitudinal do concreto é obtido através da inclinação da reta secante nos pontos 0,5 MPa e 40% do valor de ruptura. Foram instrumentados dois corpos de prova (CPC01 e CPC02) para a obtenção dos pontos que definem a curva força x deslocamento. Assim, o módulo é dado pela média dos valores:

$$E_c = \frac{23455 + 23500}{2} = 23478 \text{ MPa}$$

#### 4.2.5 Módulo de Deslizamento dos Sistemas de Ligações

Adotando-se o procedimento da NBR 7190/97 apresentado no item 2.6, foram obtidos os valores para o módulo de deslizamento dos corpos-de-prova. Observa-se que a identificação dos corpos-de-prova estão na Tabela 4.02.

TABELA 4.08 – Módulo de deslizamento 1ª série de ensaio

Descrição			$K_{ser}$	$\overline{K}_{ser}$	$K_u$	$\overline{K}_u$		
			N/mm	média		N/mm	média	
			N/mm	N/mm	N/(mm cm)	N/mm	N/mm	N/(mm cm)
GR1	04 pregos isolada	CPMC01	6908	6012	1202,4	4605	4008	801,6
		CPMC02	5866			3911		
		CPMC03	5262			3508		
GR2	04 pregos não isolada	CPMC04	7408	6308	1261,6	4939	4205	841
		CPMC05	5207			3471		
		CPMC06	2798			1865		
GR3	02 pregos isolada	CPMC07	6528	4728	945,6	4352	3152	630,4
		CPMC08	4655			3103		
		CPMC09	3001			2001		
GR4	epóxi	CPMC10	$\overline{K}=12136$ N/(mm cm)			$\overline{K}=11721$ N/(mm cm)		
		CPMC11	$\overline{K}=10040$ N/(mm cm)					
		CPMC12	$\overline{K}=12987$ N/(mm cm)					

No corpo-de-prova CPMC06, pertencente ao grupo GR2, uma das peças de madeira apresentava um nó de formação, o que pode justificar os seus valores menores em relação aos demais corpos-de-prova do mesmo grupo. Por esta razão, o mesmo foi excluído da análise.

A presença de um isolamento de interface pouco influenciou os resultados, o que pode ser visto comparando-se, por exemplo, os valores médios dos módulos de deslizamento inicial do grupos GR1 e GR2 (6012 N/mm e 6308 N/mm, respectivamente), verificando-se uma pequena variação de 4,92%.

Para o grupo GR3, onde utilizou-se apenas um par de conector por corpo-de-prova, verifica-se uma grande dispersão dos valores obtidos, sendo o seu correspondente valor médio para o módulo de deslizamento inicial igual à 78,64% e 74,95% em relação aos grupos GR1 e GR2, respectivamente.

No caso das ligações por adesivo epoxi, os valores dos módulos de deslizamento mostraram-se bastante elevados em relação ao sistema por conectores metálicos, conforme Figura 4.10. Isso deve-se graças ao comportamento de uma ligação rígida, para a qual os pequenos deslocamentos são causados apenas por acomodações inerentes dos prismas de madeira e concreto, caracterizando uma reta bastante inclinada no diagrama força  $\times$  deslizamento, até a ocorrência da ruptura brusca da cola ou dos prismas. Para os três corpos-de-prova com esse



sistema de ligação, a ruptura ocorreu devido ao cisalhamento do concreto próximo à superfície de ligação.

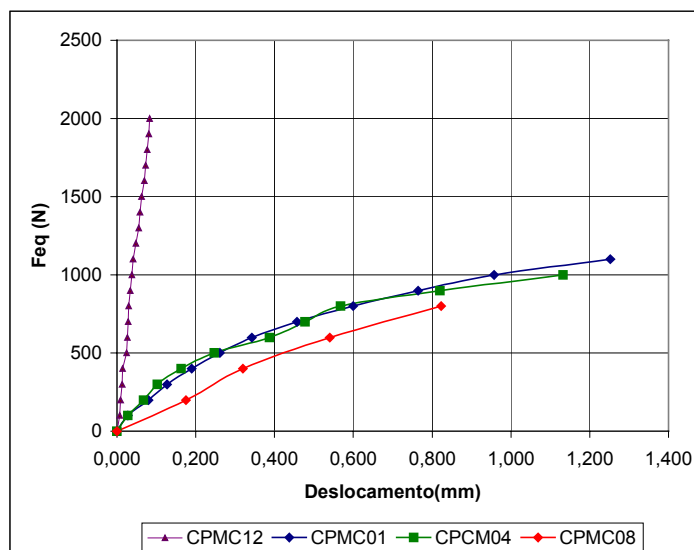


FIGURA 4.10 – Curvas força x deslocamento

Pode-se notar que a forma do diagrama força x deslocamento do adesivo epoxi difere do sistema por pregos. Para o primeiro caso, tem-se uma reta característica de comportamento elástico, enquanto que na situação dos pregos, o diagrama é representado por uma fase inicial, elástica, seguindo por um comportamento não-linear até o instante da ruptura da ligação.

Para as ligações por pinos metálicos, têm-se indicações de dois valores para o módulo de deslizamento,  $K_{ser}$  e  $K_u$ , para a ligação por adesivo epoxi é coerente utilizar um único valor para o módulo de resistência ao deslizamento. Esse valor para as condições das vigas e corpos-de-prova ensaiados pode ser então adotado igual à:  $\bar{K} = 1172,1 \text{ N/mm}^2$  ( $117,21 \text{ kN/cm}^2$ ), que representa o valor médio obtido para os três corpos-de-prova.

É de importância ressaltar que pequenas variações do módulo de deslizamento pouco influem na rigidez do elemento estrutural. Assim, para  $K_{ser}$  e  $K_u$  serão adotados os valores correspondentes ao grupo GR1, devendo portanto, serem transformados em módulos de deslizamento por unidade de comprimento. Para o presente estudo, onde os conectores foram espaçados a cada 50 mm, tem-se os valores apresentados na Tabela 4.09.

TABELA 4.09 - Módulo de deslizamento por unidade de comprimento (pregos 22 x 48)

$\bar{K}_{ser}$	$\bar{K}_u$
120,24 N/mm <sup>2</sup> (12,024 kN/cm <sup>2</sup> )	80,16 N/mm <sup>2</sup> (8,016 kN/cm <sup>2</sup> )

### 4.3 Segunda Série de Estruturas Ensaaiadas

Serão apresentados tópicos referentes à caracterização dos materiais, bem como detalhes construtivos da estruturas ensaiadas nessa série do programa experimental. Os sistemas de ligações por pinos metálicos do tipo pregos (24 x 60) e parafusos sextavados com rosca soberba (diâmetros de 3/8 e 1/2 polegada), entre o concreto e a madeira foram caracterizados experimentalmente através de ensaios de corpos-de-prova de cisalhamento. Os resultados dos ensaios das estruturas são analisados mediante modelagem, por meio de equações diferenciais e pelo método dos elementos finitos.

#### 4.3.1 Caracterização dos Materiais Utilizados

As mesas das seções “T” das vigas e dos painéis foram construídas em concreto usinado de um único lote, com propriedades mecânicas obtidas através de ensaios de corpos-de-prova padronizados, as quais são apresentadas na Tabela 4.10. Os dois lotes de madeira utilizados na alma das vigas e painéis foram caracterizados conforme procedimentos normalizados pela NBR7190/97, cujos resultados encontram-se resumidamente na Tabela 4.11.

TABELA 4.10 – Caracterização do concreto

Resistência média à compressão	22,05 MPa
Módulo de deformação longitudinal	19297 MPa

TABELA 4.11 – Caracterização das duas séries de madeira

características	Madeira 1	Madeira 2	Madeira 1*	Madeira 2*
Teor de umidade (%)	11,46	11,24	12,00	12,00
Resistência média à compressão na direção paralela às fibras, $f_{c0,m}$ (MPa)	60,57	44,16	59,59	43,15
Resistência característica à compressão na direção paralela às fibras, $f_{c0,k}$ (MPa)	58,71	36,94	57,76	36,10
Módulo de elasticidade na direção paralela às fibras, $E_{c0,m}$ (MPa)	14700	8804	14541	8670

\* valores corrigidos para a umidade padrão de 12%.

### 4.3.2 Caracterização do Módulo de Deslizamento das Ligações

A rigidez de cada um dos três sistemas de ligações foi obtida através de ensaios de corpos-de-prova de cisalhamento, conforme dimensões apresentadas na Figura 4.11. Nesse modelo de corpo-de-prova simétrico os conectores são fixados com espaçamentos iguais àqueles utilizados nas estruturas.

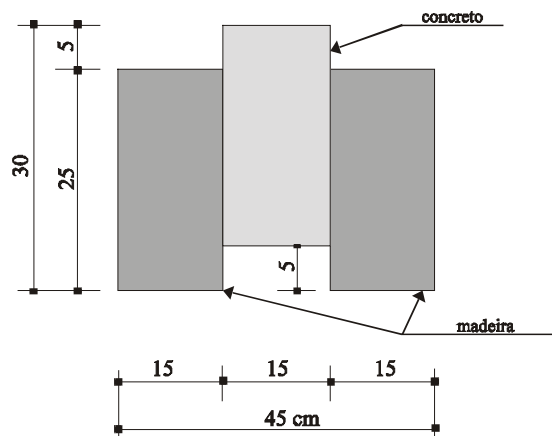


FIGURA 4.11 – Detalhes do Corpo-de-prova

TABELA 4.12 – características dos conectores

Tipo conector	Diâmetro (mm)	Comprimento (mm)	Espaçamento (mm)
prego de aço 24 x 60	6,580	126,5	50
Parafuso sextavado com rosca soberba 3/8"	9,525	120	75
Parafuso sextavado com rosca soberba 1/2"	12,700	120	75



FIGURA 4.12 – Detalhe dos conectores flexíveis

Cada corpo-de-prova foi moldado com o mesmo concreto utilizado nas estruturas, contendo um par de conector do tipo prego ou parafuso para cada prisma de madeira. Na montagem dos corpos-de-prova foram utilizadas em cada face do prisma de concreto, respeitando-se um cobrimento de 5mm, barras de aço com diâmetro de 5 mm, para combater a fissuração do concreto.

TABELA 4.13 – Módulo de deslizamento 2ª série de ensaio

		$K_{ser}$		$\overline{K}_{ser}$	$K_u$		$\overline{K}_u$
		N/mm	média		N/mm	média	
			N/mm	N/(mm cm)		N/mm	N/(mm cm)
Pregos 24x60	CP01	17787	14427	2885,4	11858	9617	1923,6
	CP02	11066			7377		
Parafusos 3/8"	CP03	13620	11471	1529,4	9080	7647	1019,6
	CP04	8987			5991		
	CP05	13157			8771		
	CP06	10119			6746		
Parafusos 1/2"	CP07	17601	15464	2061,9	11734	10309	1374,6
	CP08	18200			12133		
	CP09	14081			9387		
	CP10	13179			8786		
	CP11	14261			9507		

#### 4.4 Vigas da Segunda Série de Ensaio: VPR, VP3/8 e VP1/2

Foram ensaiadas 06 vigas com seções “T” em concreto-madeira, medindo 3,00 metros de distância entre apoios, constituídas pela alma em madeira serrada e aparelhada da espécie Cupiúba (5 cm x 15 cm) e a seção da mesa em concreto (30 cm x 4 cm), conforme Figura 4.13. Para cada viga, uma armadura em malha com barras de aço CA-50A, 5 mm de diâmetro foi empregada à 1 cm da superfície de contato alma-mesa de cada viga, tendo em vista que os sistemas de ligações semi-rígidas acarretam a presença de duas linhas neutras na seção mistas, havendo portanto a possibilidade da presença esforços de tração nas bordas inferiores da mesa de uma viga bi-apoiada.

Os sistemas de ligações utilizados nesta série de experimentos foram constituídos por pinos metálicos, com as dimensões apresentadas na Tabela 4.12.

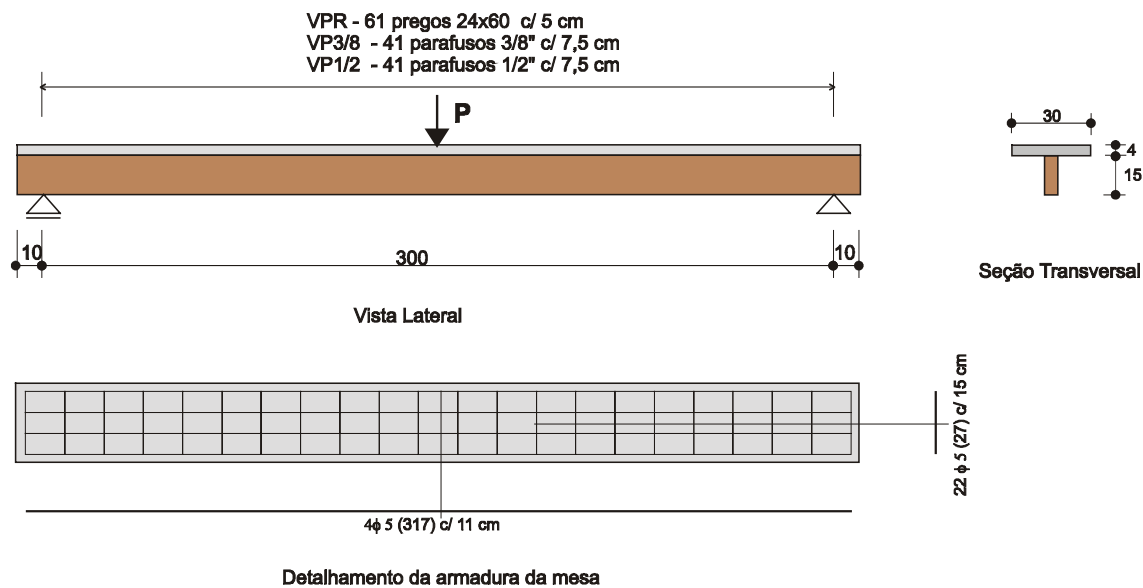


FIGURA 4.13 – Detalhamento e esquema de carregamento das vigas



(a) montagem



(b) ensaio

FIGURA 4.14 – Detalhes das vigas

Mediante pré-furação da madeira e obedecendo espaçamentos mínimos indicados na NBR 7190/97, os conectores foram fixados em “zig-zag”, formando então três grupos de vigas, cujas denominações acham-se apresentadas na Tabela 4.14.

TABELA 4.14 – Resumo das vigas ensaiadas

Estrutura	Vão livre (cm)	mesa (cm x cm)	Madeira	conectores	
			lote	tipo	Espaçamento (cm)
VPr1	300	30 x 4	Madeira2	Pregos 24x60	5,0
VPr2	300	30 x 4	Madeira2	Pregos 24x60	5,0
VP3/8-1	300	30 x 4	Madeira1	Parafusos 3/8"	7,5
VP3/8-2	300	30 x 4	Madeira1	Parafusos 3/8"	7,5
VP1/2-1	300	30 x 4	Madeira1	Parafusos 1/2"	7,5
VP1/2-2	300	30 x 4	Madeira1	Parafusos 1/2"	7,5

Cada viga recebeu estágios de carregamento aplicados no meio do vão, onde foram medidos os deslocamentos verticais. Os deslizamentos entre a mesa e a alma foram monitorados através de Tensotast posicionado em 4 seções de cada viga, conforme Figura 4.15.

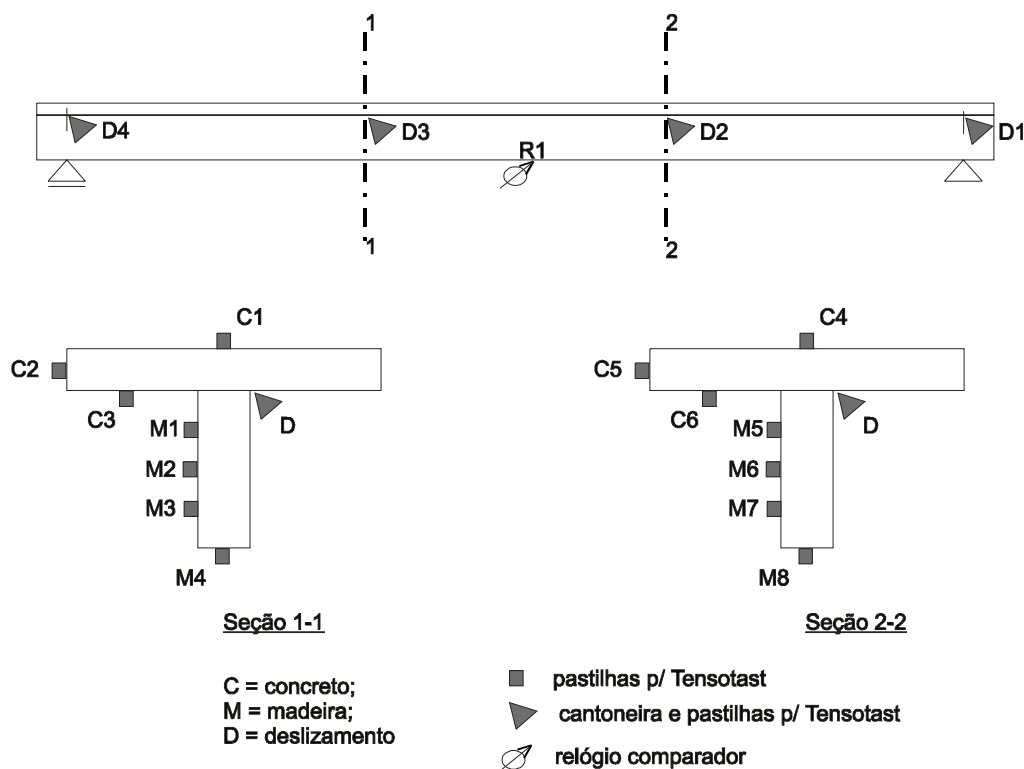


FIGURA 4.15 – Instrumentação das vigas

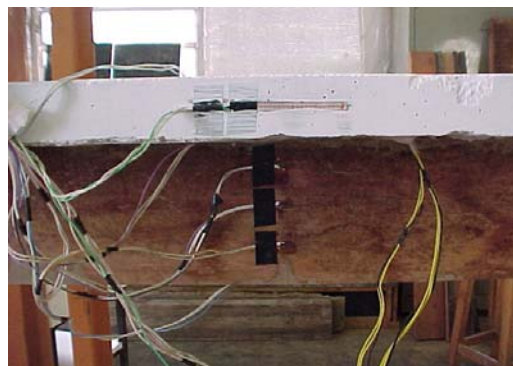


FIGURA 4.16 – Detalhes da instrumentação das vigas (extensômetros)

Objetivando-se conhecer as deformações em diversos pontos do concreto e madeira, as vigas foram instrumentadas em duas seções localizadas nos terços do comprimento da vigas, evitando-se assim a região central da viga cuja presença da carga concentrada certamente interferiria nos resultados. Para essa finalidade, nas vigas VPr-1, VP3/8-1 e VP1/2-1, como instrumentação utilizou-se de Tensotast. Já nas vigas VPr-2, VP3/8-2 e VP1/2-2, as leituras de deformações foram obtidas diretamente em aquisitor de dados mediante extensômetros elétricos.

#### **4.5 Descrição dos Painéis PPR, PP3/8 e PP1/2**

Como parte do programa proposto nesta pesquisa, buscou-se analisar o comportamento estrutural de protótipos de painéis em concreto-madeira, utilizando-se as séries de sistemas de conexões já apresentadas. Três painéis medindo 320 cm de comprimento foram construídos contendo uma mesa em concreto com seção de 80 cm x 5 cm e três vigas de madeira aparelhada da espécie Cupiúba, com seções transversais medindo 5 cm x 15 cm. O período de montagem desses painéis coincidiu com o período das vigas do item anterior, utilizando-se portanto o mesmo concreto e peças de madeira do lote 1.

A mesa em concreto também foi armada com uma malha de aço CA50A e 5 mm de diâmetro, posicionada no fundo da laje, ou seja, à um centímetro da superfície de contato madeira-concreto.



Os painéis receberam denominação em conformidade com o sistema de conexão utilizado. No painel PPR, em cada viga de madeira foram instalados, em “zig-zag” 61 pregos 24 x 60, espaçados a cada 5 cm. Nos painéis PP3/8 e PP1/2 os parafusos com diâmetros de 3/8” e 1/2” de diâmetro, respectivamente, foram fixados a cada 7,5 cm.

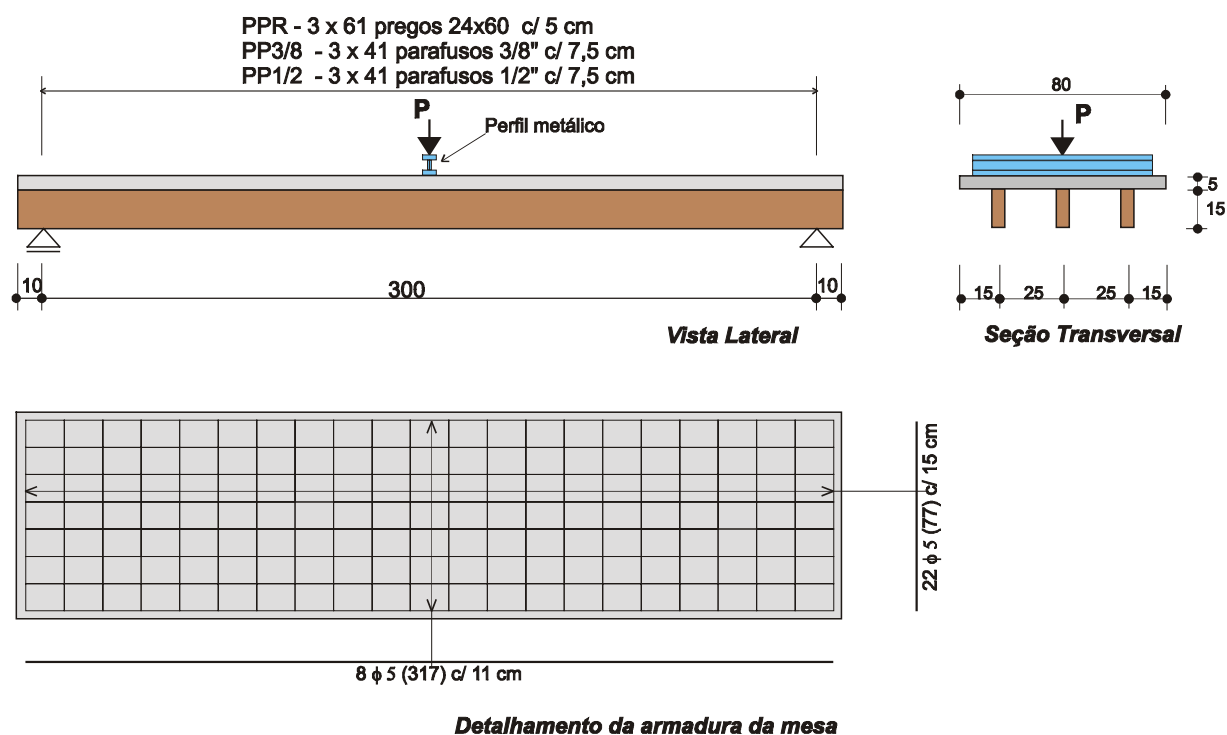


FIGURA 4.17 – Detalhamento dos painéis

TABELA 4.15 – Detalhes dos painéis

Estrutura	Vão livre (cm)	Mesa (cm x cm)	Madeira	Conectores	
			Lote	Tipo	Espaçamento (cm)
PPr	300	80 x 5	Madeira1	Pregos 24x60	5,0
PP3/8				Parafusos 3/8"	7,5
PP1/2				Parafusos 1/2"	7,5

Analogamente às vigas, os painéis foram concretados em posição invertida em relação à solicitação, procedimento este que tornou prática a montagem requerendo pouca madeira para as fôrmas das mesas, necessitando, portanto, um piso cuja superfície apresentasse a mínima irregularidade de nível. As peças de madeira foram posicionadas e fixadas na própria fôrma para

o concreto, e travadas entre si por sarrafos. Precedeu esta fase a fixação de extensômetros tanto na armadura quanto nas vigas de madeira, em sua face da superfície de contato.



(a) concretagem



(b) ensaio

FIGURA 4.18 – Detalhes dos painéis

Para a aquisição de dados, os painéis foram instrumentados por extensômetros elétricos, colados no concreto e nas peças de madeira em seções transversais distantes a um metro dos apoios. Com a finalidade de serem monitorados os deslizamentos entre as peças de madeira e concreto, foram fixados nas vigas de madeira externas, cantoneira metálicas em 4 seções do comprimento, bem como chapas metálicas coladas no concreto, peças essas que serviram de base de medida para o Tensotast.

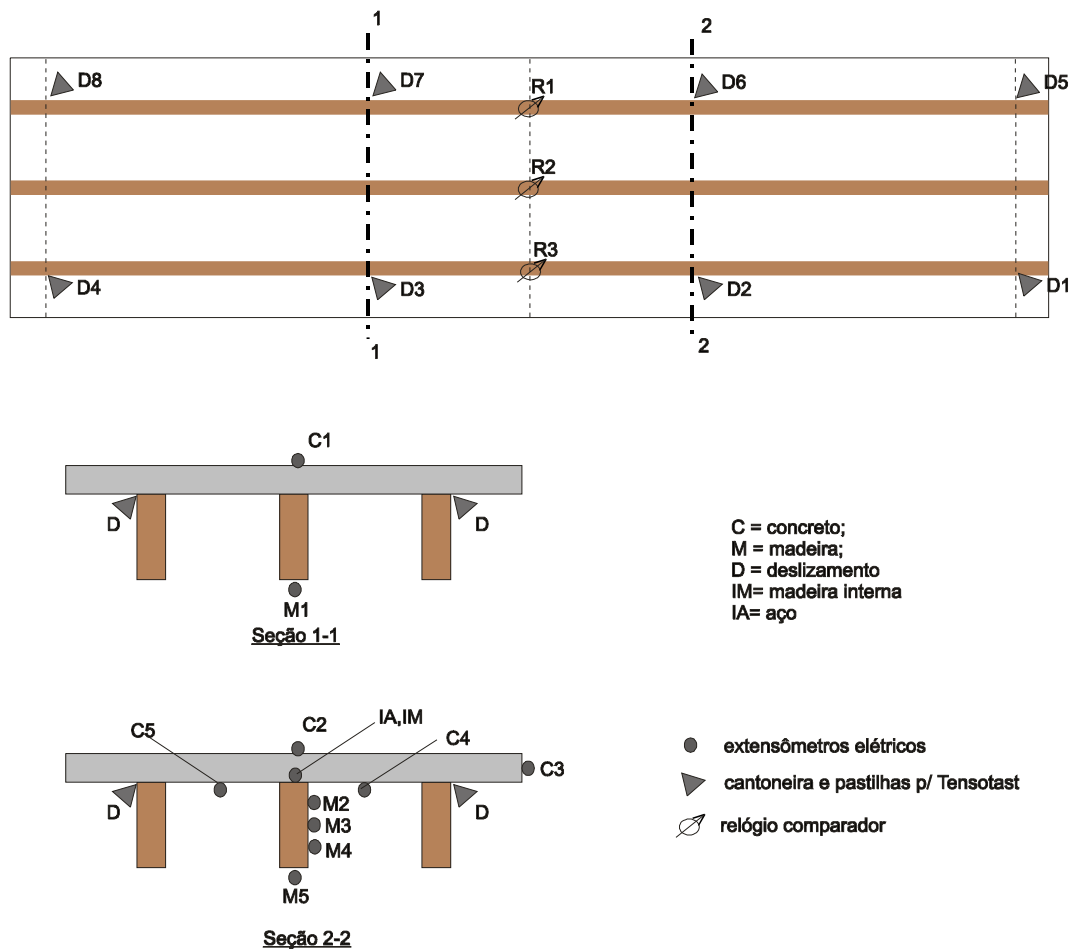
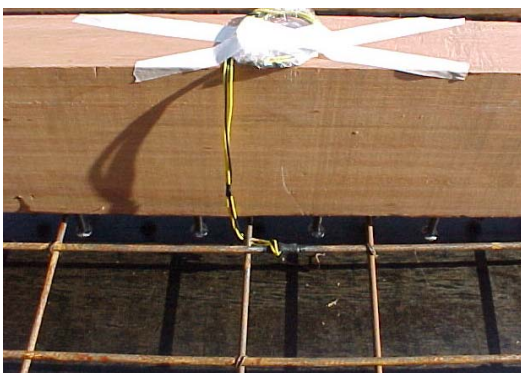


FIGURA 4.19 – Detalhes da instrumentação dos painéis

Os deslocamentos verticais de cada painel foram registrados por três relógios comparadores posicionados sob cada uma das vigas de madeira.



(a) armadura da mesa



(b) mesa e alma

FIGURA 4.20 – Detalhamento da instrumentação dos painéis

## 4.6 Descrição do PAINEL PRED

O painel designado de PRED é um modelo reduzido para o tabuleiro de uma ponte de tamanho pequeno, ou ainda um piso em único módulo de laje, que simula o comportamento da estrutura em situação de um carregamento concentrado.

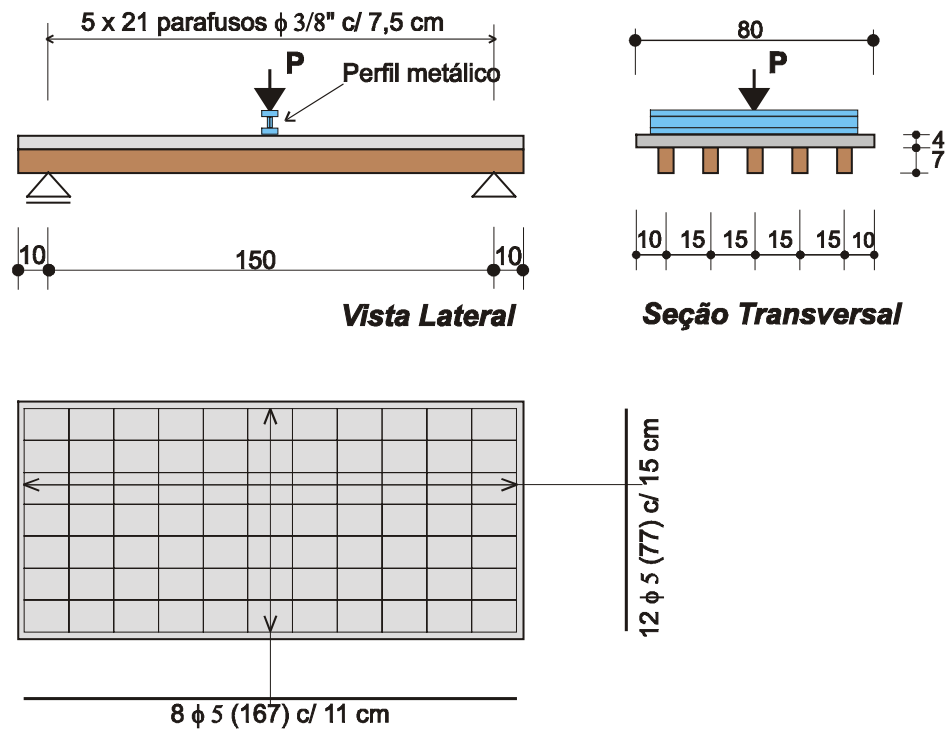
Os materiais utilizados para a construção do PRED, também são partes dos mesmos lotes utilizados na execução das vigas e dos painéis apresentados nos itens anteriores. As cinco peças de madeira do lote 1, com seções transversais medindo 5 cm x 7 cm, receberam à cada 7,5 cm um parafuso com rosca soberba de 3/8" de diâmetro e 75 mm de comprimento. Esses conectores foram distribuídos, em "zig-zag", à cada 7,5 cm.

TABELA 4.16 – Detalhes do painel PRED

Vão livre (cm)	Mesa (cm x cm)	Madeira 1 (cm x cm)	Conectores	
			tipo	espaçamento (cm)
150	80 x 4	5 x (5 x 7)	Parafusos 3/8"	7,5

Na Figura 4.21, encontram-se os detalhamentos seguidos na montagem do painel PRED com 80 cm de largura, comprimento total de 170 cm e 150 cm de distância entre apoios.

Para a coleta de dados, referentes às deformações na madeira e no concreto foram utilizados extensômetros elétricos, distribuídos conforme ilustração da Figura 4.22. Para o monitoramento do deslizamento entre o concreto e madeira, utilizou-se o mesmo sistema de instrumentação apresentado nas demais estruturas. O deslocamento vertical foi registrado por meio de três relógios comparadores instalados sob as duas peças de madeira mais externas e a central, no meio do vão do painel.



**Detalhamento da armadura da mesa**

FIGURA 4.21 – Detalhamento do painel PRED

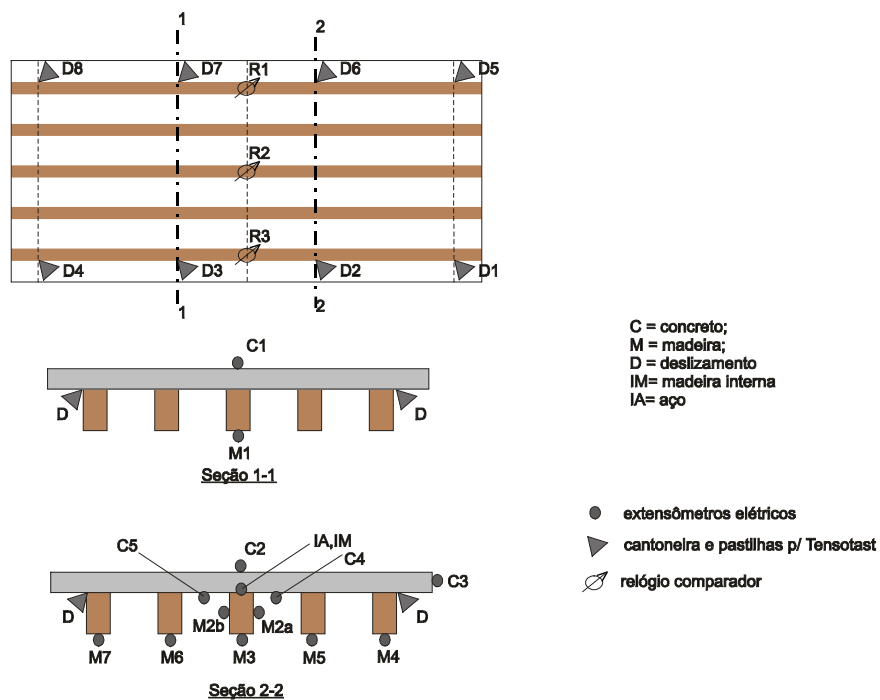


FIGURA 4.22– Instrumentação do painel PRED



(a) montagem



(b) posicionamento em pórtico de ensaio

FIGURA 4.23 – Detalhes do painel PRED

## 4.7 Modelagem das Estruturas Mistas

Um modelo matemático ou computacional que possa representar o comportamento de uma estrutura mista em concreto-madeira deve levar em conta as diversas variáveis contidas no problema, ou seja, além das propriedades mecânicas dos materiais empregados para constituir a mesa e a alma da seção transversal, existe o comportamento dos pinos metálicos utilizados para a conexão desses dois materiais.

Tratando-se dos sistemas de ligações semi-rígidos, que permitem a ocorrência de pequenos deslizamentos horizontais da superfície de contato concreto e madeira, é necessário que se considere a inércia efetiva da seção transversal. No caso em que o sistema de conexão seja rígido, onde estão impedidos os deslizamentos horizontais, o momento de inércia é considerado como de uma peça maciça, sendo necessário, entretanto, proceder a homogeneização da seção transversal, isto é, assumir um material de referência para as verificações.

#### 4.7.1 Modelagem Através de Equações Diferenciais

Um método proposto na literatura para a resolução das estruturas mistas, está fundamentado em expressões que representem uma seção constituída por dois ou mais materiais com diferentes propriedades mecânicas que são obtidas através do desenvolvimento das equações fundamentais de equilíbrio e da elástica da viga. Nas expressões, considerar-se-á também a ocorrência do deslizamento entre os materiais, através do módulo de deslizamento. Dessas condições, chega-se a uma equação diferencial de quarta ordem, na qual a variável dependente é o deslocamento vertical, como apresentado no Anexo B.

Adequando-se as expressões para representarem o problema das estruturas propostas e ensaiadas nesta pesquisa, ou seja, da viga bi-apoiada e submetida a um carregamento concentrado no meio do vão, obtém-se duas equações diferenciais de 4ª ordem que representam a viga em dois trechos.

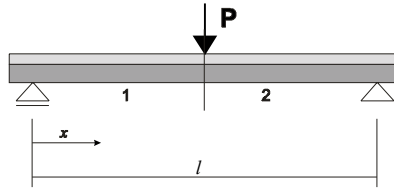


FIGURA 4.24 – Estrutura simplesmente apoiada

1º trecho:

$$w_1^{iv} - \alpha^2 w_1^{ii} = \frac{\alpha^2}{EI} \left( \frac{Px}{2} \right) \quad (4.01)$$

2º trecho:

$$w_2^{iv} - \alpha^2 w_2^{ii} = \frac{\alpha^2}{EI} \left( \frac{P(-x+1)}{2} \right) \quad (4.02)$$

onde:

$$\alpha = \sqrt{\bar{K} \left( \frac{1}{E_w A_w} + \frac{1}{E_c A_c} + \frac{r^2}{EI_0} \right)};$$

$$EI_0 = E_c I_c + E_w I_w;$$

$$EI = \frac{EI_0 \alpha^2}{\left( \alpha^2 - \frac{\bar{K}_r}{EI_0} \right)}$$

Os subscritos “c” e “w” referem-se ao concreto e a madeira, respectivamente; “A” = seção transversal; “E” = módulo de deformação longitudinal; “I” = inércia; “EI0” = produto de rigidez desconsiderando a existência da ligação entre o concreto e a madeira; “EI” = produto de rigidez supondo a ligação infinitamente rígida; “r” = distância entre os centros de gravidade da madeira e concreto.

Para a resolução dessas equações diferenciais são necessárias 8 condições de contorno, sendo duas para cada apoio e as outras quatro sob o ponto de aplicação da carga, conforme TABELA 4.17. No Anexo C, são apresentadas essas entradas de dados para a resolução do problema através do programa Mathematica®.

TABELA 4.17 – Condições de contorno

Posição	Condição de contorno
Apoio	$w_1(x=0) = 0 ; w_1^{ii}(x=0) = 0$
	$w_2(x=l) = 0 ; w_2^{ii}(x=l) = 0$
Meio do vão	$w_1(x=l/2) = w_2(x=l/2)$
	$w_1^i(x=l/2) = w_2^i(x=l/2)$
	$w_1^{ii}(x=l/2) = w_2^{ii}(x=l/2)$
	$w_2^{iii}(x=l/2) = w_1^{iii}(x=l/2) + \frac{P}{EI_0}$

#### 4.7.2 Modelagem Através do Método dos Elementos Finitos: Utilização do Programa SAP2000®

As abordagens a serem apresentadas neste tópico referem-se à resolução das estruturas ensaiadas no programa experimental através de um programa com modelagem pelo método dos



elementos finitos. Com esse objetivo, foi utilizado o programa SAP2000® disponível e licenciado na Faculdade de Engenharia Civil, que, em sua última versão, traz dentre as diversas vantagens em relação ao SAP90, o ambiente windows de trabalho.

Dentre as várias análises não-lineares possíveis, têm-se no programa previamente definidos elementos de barra “frame” para as estruturas reticuladas, e elementos de cascas “shell”. No elemento “shell”, pode-se ainda distinguir os comportamentos de placa ou de membrana. O programa também permite a análise com elementos sólidos, porém esses, por não constarem da biblioteca do mesmo, devem ser gerados e importados de um outro programa gráfico.

Em razão das características e dimensões das vigas e painéis ensaiados, optou-se por utilizar elementos de cascas para representar as peças de concreto e as de madeira. As malhas de elementos para as mesas em concreto foram definidas nos planos horizontais contidos à meia espessura da mesa, e a espessura atribuída a cada elemento representa a espessura real da peça. No caso das peças em madeira, foram modeladas por uma malha no plano vertical da viga, cuja espessura corresponde a da peça de madeira. A espessura do elemento finito gera um elemento de volume, que, assim, permite considerar automaticamente o peso próprio da estrutura, e também de importância para se considerar a rigidez do elemento.

Os conectores metálicos foram representados por elementos de barra com os respectivos diâmetros dos pregos e parafusos utilizados nas estruturas. Dessa maneira, o sistema de conexão mantém-se discreto e com os espaçamentos que, em escala da modelagem, representam as distâncias reais, onde cada barra está vinculada a um nó na face superior da madeira e a outro nó da malha que modela a mesa em concreto. Para assegurar uma das hipóteses básicas assumida para a estrutura mista, os dois nós de uma única barra são restringidos de maneira a apresentarem o mesmo deslocamento na direção vertical.

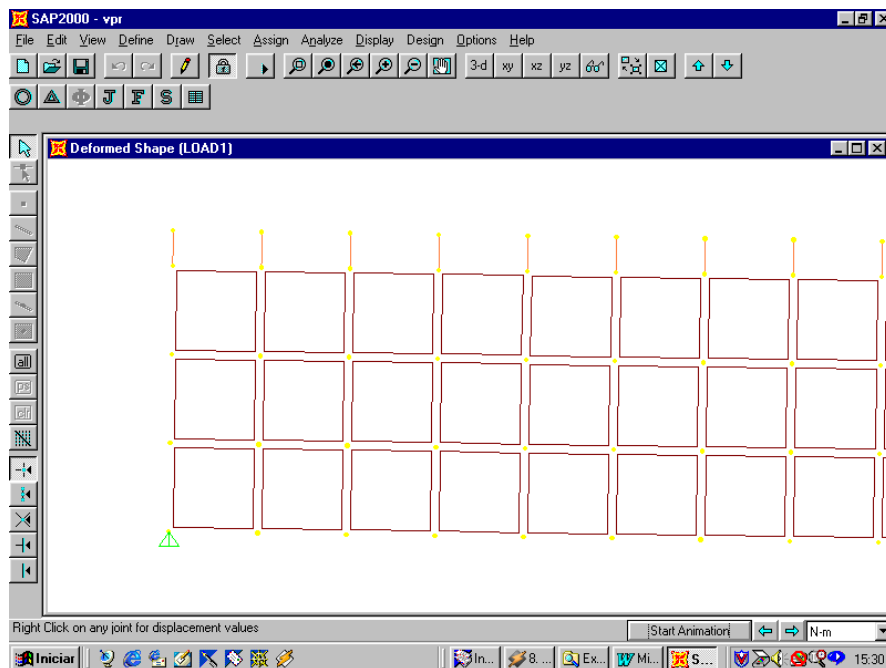


FIGURA 4.25 – Detalhe da representação dos conectores metálicos

Os dados de entrada para os materiais que constituíram os protótipos ensaiados foram aqueles obtidos através de ensaio de caracterização.

Para se verificar a validade dos resultados apresentados dessa modelagem, foram realizadas diversas simulações, como por exemplo, supor que os conectores representassem um sistema de ligação perfeita com rigidez infinita. Outra simulação foi a da inexistência do sistema de conexão, ou seja, na qual a mesa de concreto estivesse sobreposta na madeira e livre para deslizar-se sobre a peça de madeira.

Na primeira simulação, supondo um carregamento concentrado no meio do vão de 20 kN, aos conectores foram atribuídos diâmetros de 75 mm, o que resultou um deslocamento vertical de 1,26 cm. Já, através da equação clássica da resistência dos materiais, supondo-se uma seção transformada maciça em madeira, o deslocamento vertical para o mesmo valor de carregamento resulta igual à 1,24 cm.

No outro caso, ainda para as mesmas situações de carregamento, os conectores foram considerados com diâmetros de 1 mm e mantido o espaçamento de 75 mm, resultando assim

através do SAP2000 um deslocamento vertical de 4,74 cm. Da equação clássica obteve-se o valor próximo de 4,735 cm, onde se considerou para o produto de rigidez da seção a soma do momentos de inércia da madeira e o momento de inércia da seção de concreto.

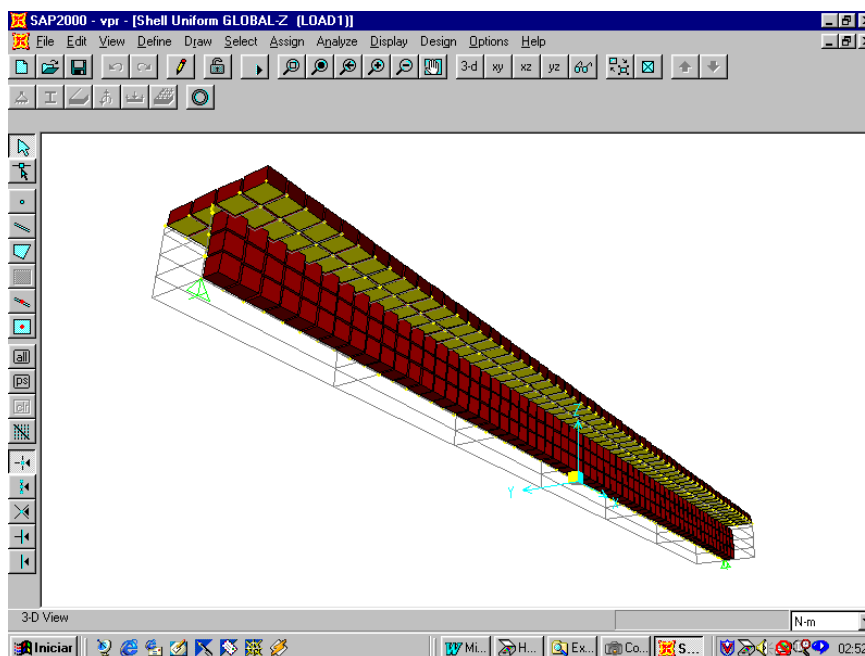


FIGURA 4.26 – Representação de uma viga em concreto-madeira

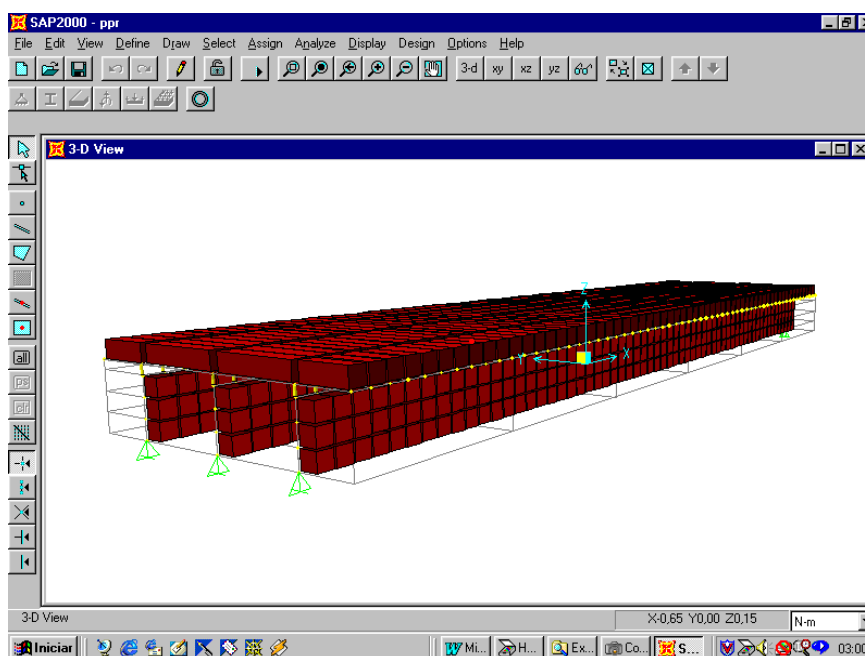


FIGURA 4.27 – Representação de um painel em concreto-madeira

Além do elemento de forma retangular o programa tem também definido o elemento triangular, sendo o primeiro mais preciso que o triangular, como se adverte no manual do usuário do programa. Já, o elemento triangular é mais indicado para se fazer transições na malha. Orienta-se também que os melhores resultados, com elementos retangulares, serão obtidos quando a relação entre as medidas das faces do elemento for igual à 1 ou até 4 vezes, não devendo exceder à 10. Ou seja, não se deve utilizar elementos com forma muito alongada.

Têm-se como resultados no programa SAP2000, para cada um dos nós da estrutura as reações de apoio, três deslocamentos de translação e três rotações. Para as barras obtém-se visualizado em diagramas os esforços axiais e transversais. Como esforços para as cascas tem-se, para cada elemento, as forças e as tensões normais e tangenciais. O programa também permite a verificação estrutural, com base em normas internacionais de aço e de concreto.

#### **4.7.2.1 Deslocamentos Verticais Previstos Através do Programa SAP2000**

Como parte da análise apresentam-se neste item as estimativas dos deslocamentos verticais no meio do vão de cada estrutura ensaiada. Esses resultados são representados graficamente e para efeito de comparação, foram plotados juntamente com os valores experimentais obtidos para cada estágio de carga. Também são apresentados os deslocamentos teóricos da estrutura supondo a conexão rígida.

No caso da modelagem, o peso próprio da estrutura corresponde a uma primeira solicitação. Já nas estruturas ensaiadas, os primeiros efeitos registrados referem-se ao incremento inicial de carga aplicado à estrutura com o valor de 5 kN (500 kgf). Assim, para a elaboração dos gráficos força x deslocamento vertical fez-se a correção pela subtração do efeito de carregamento de peso próprio nos resultados obtidos através do programa computacional.

#### **4.7.2.2 Tensões e Deformações Através do Programa SAP2000**

As seções de instrumentação para a análise dos estados de tensão e deformação em cada estrutura foram localizadas nas seções posicionadas à um terço dos apoios, de forma a evitar a região central das estruturas, onde certamente existem os efeitos da carga concentrada. Para a simulação das estruturas, a carga concentrada foi transformada numa carga equivalente e distribuída nos elementos finitos da laje próximos a região central da viga. Dessa maneira, foi possível simular a real aplicação da carga em laboratório que se fez através de uma chapa de aço.

Como resultado do programa SAP2000, obtém-se para cada estágio de carregamento diversos esforços internos sobre cada elemento que constitui a malha, tais como: forças, momentos e tensões. Nesta análise, as tensões são apresentadas em tabela e considerando-se, por simplificação, o comportamento elástico do material são obtidas as correspondentes deformações que podem ser comparadas com os valores registrados nos ensaios.

Dessa simplificação são esperadas diferenças entre os resultados de ensaio e os obtidos da modelagem, como por exemplo ocorre com o concreto que para um determinado nível de tensão passa a comportar-se em regime plástico. Esse efeito de não-linearidade do material não é considerado no programa utilizado para a modelagem, o qual analisa somente a não-linearidade geométrica.

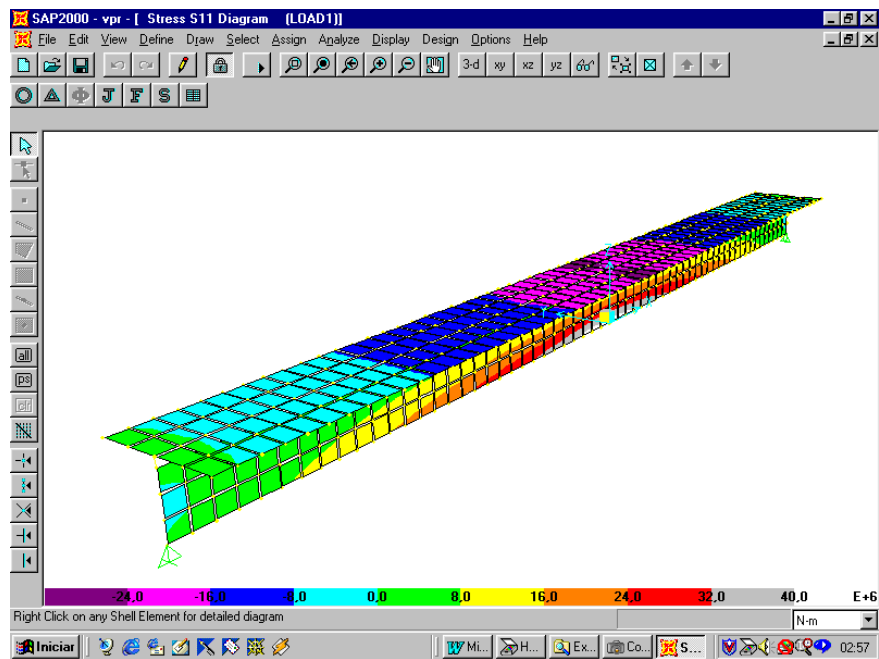


FIGURA 4.28 - Tensões na viga VPR

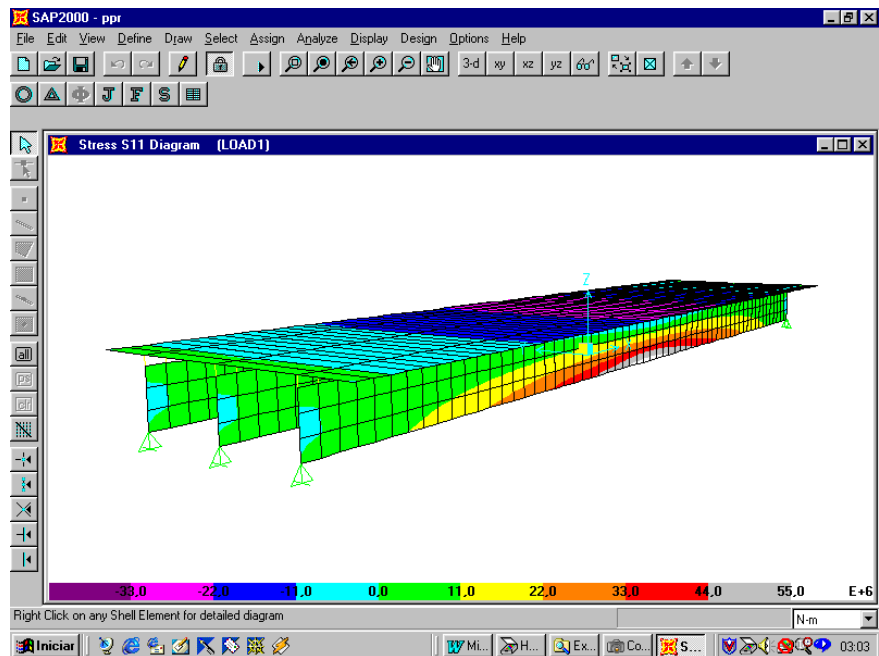


FIGURA 4.29 - Tensões no painel PPR

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 Análise dos Deslocamentos Verticais para a Primeira Série de Estruturas

Para que se possa verificar a eficiência de cada uma das vigas ensaiadas, são apresentados os resultados das flechas obtidas experimentalmente, bem como os deslocamentos verticais estimados por meio de procedimento de cálculo apresentado na metodologia de pesquisa. Esses resultados foram plotados de maneira a facilitar a interpretação do comportamento de cada uma das vigas estudadas.

Tendo em vista os valores dos módulos de deslizamento determinados experimentalmente,  $\bar{K}_{ser} = 12,024 \text{ kN/cm}^2$ ,  $\bar{K}_u = 8,016 \text{ kN/cm}^2$  e utilizando-se da análise através de equação diferencial implementada no programa Mathematica®, apresenta-se na Tabela 5.01 a estimativa das flechas para cada estágio de carregamento.

Considerando-se uma flecha limite de  $1/200$ , torna-se possível definir o limite do módulo de deslizamento inicial, e conseqüentemente determinar para qual valor de carga deve-se utilizar o módulo para o estado limite último, conforme destacado na Tabela 5.01. O valor do módulo  $\bar{K} = 0,0001 \text{ kN/cm}^2$ , simula a ausência do sistema de conexão entre a mesa e alma.

A eficiência do sistema de ligação por pregos apresentada na Tabela 5.01, para cada estágio de carga, é obtida da relação entre o deslocamento vertical obtido considerando-se o sistema de ligação com o correspondente módulo de deslizamento e o deslocamento vertical supondo inexistir a ligação entre mesa e alma.

TABELA 5.01 – Deslocamentos verticais teóricos (cm)

Carga (kN)	$K_{ser}=12,024 \text{ (kN/cm}^2\text{)}$	$K_u=8,016 \text{ (kN/cm}^2\text{)}$	$K=0,0001 \text{ (kN/cm}^2\text{)}$	Eficiência%
0	0,0000	0,0000	0,0000	0,00
5	0,0495	0,0544	0,0707	29,99
10	0,0991	0,1088	0,1414	29,94
15	0,1486	0,1632	0,2120	29,90
20	0,1981	0,2175	0,2827	29,93
25	0,2477	0,2719	0,3534	29,91
30	0,2972	0,3263	0,4241	29,92
35	0,3468	0,3807	0,4948	23,06
40	0,3963	0,4351	0,5655	23,06
45	0,4458	0,4895	0,6361	23,05
50	0,4954	0,5439	0,7068	23,05
55	0,5449	0,5983	0,7775	23,05
60	0,5944	0,6526	0,8482	23,06
65	0,6440	0,7070	0,9189	23,06
70	0,6935	0,7614	0,9896	23,06

Na Tabela 5.01, o carregamento de 70 kN representa o valor da carga máxima de ruptura registrada nos ensaios das vigas ensaiadas. Através desses resultados, apresenta-se um estudo da eficiência esperada com a utilização do sistema de ligação por pregos 22 x 48 espaçados a cada 5 cm, em relação a viga sem a presença de conectores.

### 5.1.1 Comparação entre os Resultados Experimentais e Teóricos das Vigas

Uma maneira de apresentação dos resultados, que permite uma visualização clara do desempenho estrutural, está em plotar o desenvolvimento da flecha para cada nível de carga. Os gráficos assim apresentados, possibilitam uma comparação do comportamento da rigidez de cada viga para cada grupo de ligação. As curvas teóricas permitem avaliar a convergência dos resultados obtidos através dos modelos propostos com as curvas experimentais de cada viga em concreto-madeira. Dos resultados teóricos, tem-se a sequência (th-MATH) que são os valores dos deslocamentos verticais obtidos através da resolução das equações diferenciais e (th-SAP), os valores dos deslocamentos verticais obtidos através do método dos elementos finitos. Os resultados obtidos através da teoria clássica da resistência dos materiais, considerando-se uma seção transformada onde a ligação é perfeitamente rígida é representado pela curva (th-EII). O comportamento teórico da viga, supondo não haver ligação mesa-alma, é previsto e representado pela curva (th-EI0).



### 5.1.1.1 Vigas do Grupo de Pregos 22x48 em Zig-zag

As vigas denominadas VTCM01, VTCM02 e VTCM03 representam o grupo onde os pregos (22 x 48) foram espaçados a cada 5cm e dispostos em “zig-zag” e os deslocamentos verticais são apresentados na Figura 5.01. Nota-se que a curva dos resultados da viga VTCM01 apresenta um desenvolvimento com muitos picos e deslocamentos que diferem daqueles apresentados pelas outras duas vigas desse mesmo grupo. Esse comportamento de descontinuidade na curva deve ter resultado de alguma imperfeição da madeira e/ou em razão de uma possível excentricidade de carregamento.

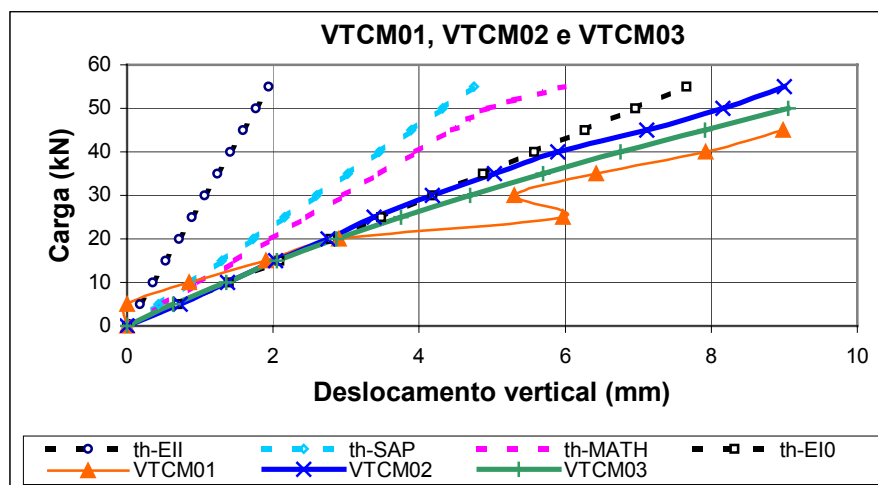


FIGURA 5.01 – Deslocamentos verticais no meio do vão (pregos em “zig-zag”)

No caso das vigas VTCM02 e VTCM03 verificam-se comportamentos próximos entre elas, embora fossem esperados deslocamentos menores, com valores que ao menos resultassem curvas com rigidezes maiores que aquela teórica representada por (th-EI0). Para isso, os módulos de deslizamento deveriam apresentar valores de  $\bar{K}_{ser} \cong 1 \text{ kN/cm}^2$ ,  $\bar{K}_u \cong 0 \text{ kN/cm}^2$ , respectivamente. Porém, isso implicaria em assumir que os conectores não exercem efeito sobre o produto de rigidez da estrutura, isto é, que a presença dos conectores não trouxesse benefícios à rigidez da viga.

As flechas teóricas e experimentais, com os primeiros valores mais rígidos (curvas mais inclinadas), sugerem que as diferenças apresentadas se devam ao comportamento elástico linear da expressão da resistência dos materiais utilizada para a estimativa dos deslocamentos verticais.

Essas diferenças ocorreram também para as demais vigas dessa primeira série de ensaio, descartando-se, assim, a hipótese de somente imperfeição geométrica das estruturas ensaiadas. Os resultados das propriedades mecânicas dos materiais caracterizados através de ensaios, como, por exemplo, o valor do módulo de elasticidade da madeira, também podem ter contribuído para essas diferenças apresentadas.

Com relação aos resultados obtidos por equações (th-MATH) e do Método dos Elementos Finitos (th-SAP), são próximos entre si, coerentemente, com curvas mais inclinadas que a (th-EI0) e por sua vez, menos rígidos que o resultado teórico (th-EII).

### 5.1.1.2 Vigas do Grupo de Pregos 22x48 Alinhados

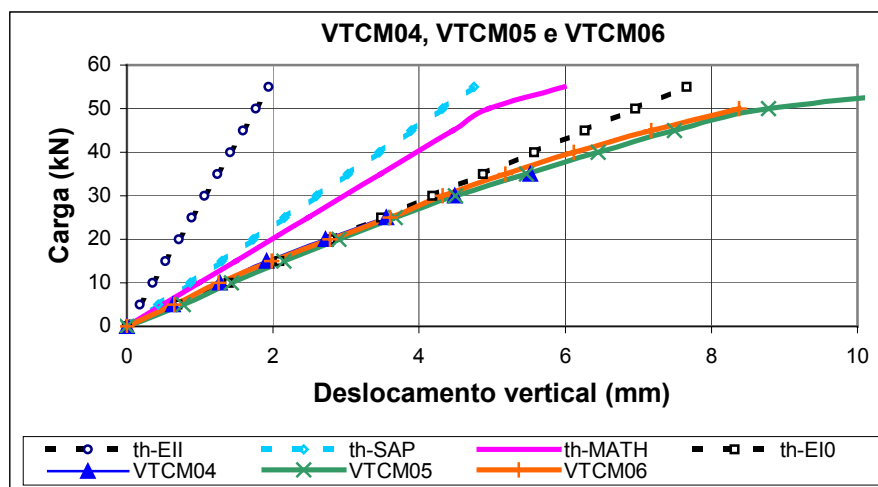


FIGURA 5.02 – Deslocamentos verticais no meio do vão  
(pregos alinhados longitudinalmente)

Os desenvolvimentos das curvas experimentais, até o estado limite de utilização, das vigas VTCM04, VTCM05 e VTCM06 podem ser considerados idênticos, embora essas vigas tenham apresentado ruína para carregamentos diferentes. Analogamente ao grupo anterior, era esperado deslocamentos verticais menores à cada estágio de carregamento. Nas vigas cujos resultados estão representados na Figura 5.02, os pregos foram também dispostos à cada 5 cm, porém sobre eixos longitudinais das vigas, de tal forma que a área efetiva de conectores por unidade de comprimento tornou-se idêntica à das vigas do grupo anterior.

### 5.1.1.3 Vigas do Grupo de Ligação por Epoxi

Uma das formas de se verificar a possibilidade de uma ligação do tipo rígida é testada através das vigas VTCM07 e VTCM08 e, comparando seus resultados apresentados no gráfico da Figura 5.03, verifica-se para o valor do módulo de deslizamento determinado experimentalmente, até mesmo os resultados teórico da curva (th-MATH), que a viga ainda não teria um comportamento totalmente rígido. Os resultados experimentais mostram um comportamento semelhante, porém com valores de deslocamentos que resultaram maiores que o previsto por cálculo.

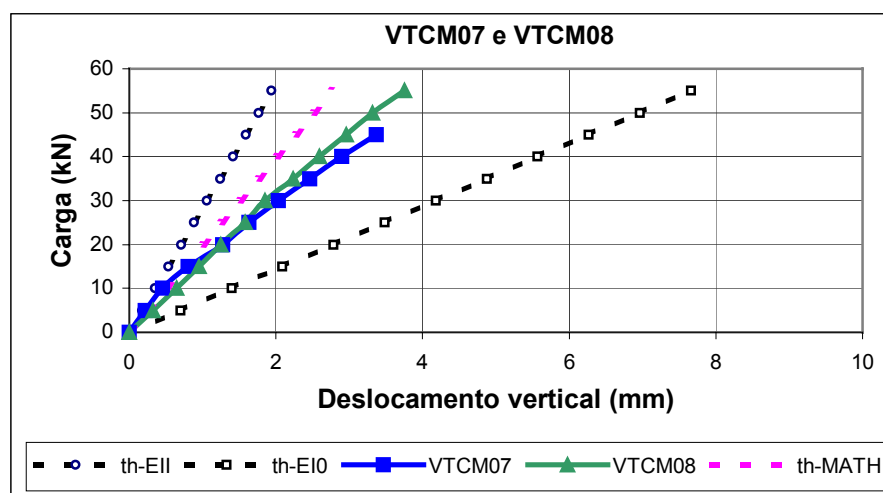


FIGURA 5.03 – Deslocamentos verticais no meio do vão (ligação adesivo epoxi)

Assim como para as primeiras vigas desta série, as diferenças apresentadas para as curvas teóricas e experimentais podem ser atribuídas ao fato que no cálculo teórico considerou-se um comportamento linear para os dois materiais. Ao efeito da não-linearidade dos materiais deve-se também somar as imperfeições geométricas e materiais existentes em cada material.

#### 5.1.1.4 Vigas do Grupo Sistema de Ligação Ausente

Assim como ocorrido com a viga VTCM01, a VTCM10 apresentou um comportamento atípico por apresentar muitas oscilações nos resultados.

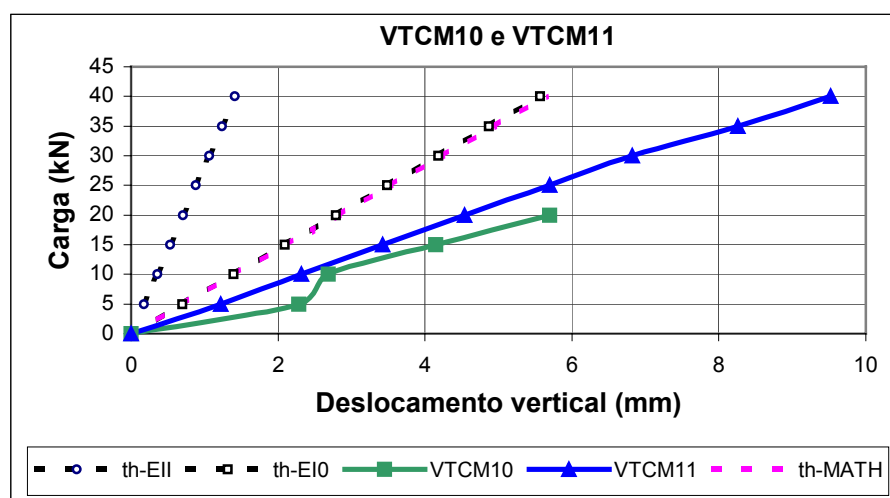


FIGURA 5.04 – Deslocamentos verticais no meio do vão (ligação ausente)

A ausência de um sistema de ligação permite verificar o comportamento das vigas onde a mesa está simplesmente sobreposta a alma. A curva teórica (th-EI0) é então obtida onde se considerou simplesmente a soma dos momentos de inércia da mesa e da alma. Mais uma vez, verifica-se que os modelos teóricos apresentaram valores de deslocamentos aquém dos obtidos experimentalmente, significando que os resultados teóricos estão contra a segurança.

### 5.1.2 Comparação dos Resultados Experimentais

Comparando-se os resultados experimentais apresentados na Figura 5.05, para os dois grupos de vigas com ligação por pregos, nota-se que a forma de disposição dos pinos, isto é, em “zig-zag”, ou alinhados sobre o eixo longitudinal da viga, não interferiu significativamente nos resultados dos deslocamentos verticais.

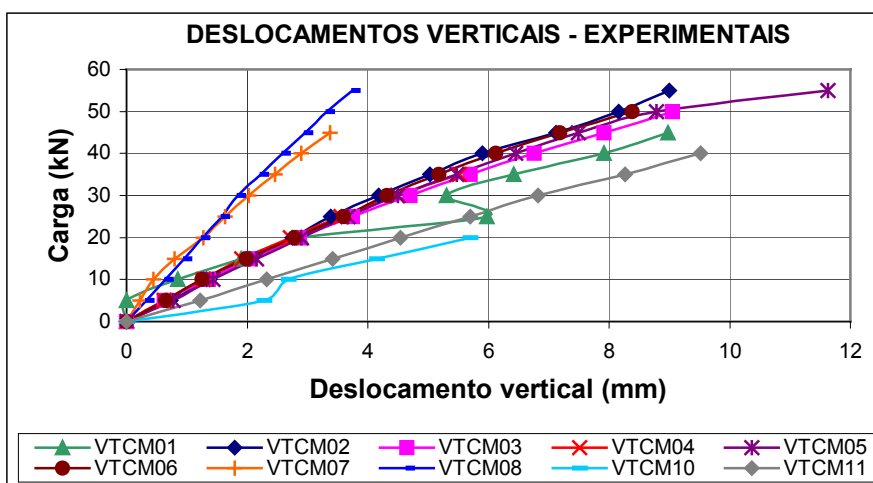


FIGURA 5.05 – Deslocamentos verticais experimentais

Na Figura 5.05 verifica-se que a presença dos pregos nas vigas VTCM02 e VTCM06, implica em deslocamentos verticais menores que aqueles apresentados pela VTCM11 para os mesmos estágios de carregamento. Essa eficiência obtida experimentalmente, pode ser vista também na Tabela 5.02.

Através dos deslocamentos verticais obtidos dos ensaios das vigas e excluindo-se dessa análise as vigas VTCM01 e VTCM10, pode-se notar nitidamente a formação de três faixas onde as curvas das vigas estão representadas. Aqui sim, pode-se verificar a influência de cada sistema de ligação utilizado em relação à VTCM11, onde por exemplo, para um deslocamento de 5 mm as vigas com sistema de ligação por pregos foram submetidas a um carregamento de aproximadamente 43% maior que VTCM11, conforme ilustrado na Figura 5.05.

No caso das vigas VTCM07 e VTCM08 o deslocamento correspondente ao estado limite de utilização foi atingido para um carregamento próximo ao valor registrado na ruptura. Se por um lado isso demonstra a eficiência do adesivo como ligação, por outro lado caracteriza a ruptura sem aviso, ou seja, o colapso dar-se-á de forma frágil. Em particular, essas duas vigas apresentaram a ruptura do concreto devida ao seu cisalhamento.

TABELA 5.02 - Deslocamentos verticais – experimentais (cm)

Carga(kN)	vcm11	vcm02	Eficiencia%	vcm06	Eficiencia%
0	0	0	-	0	-
5	0,122	0,073	40,16	0,065	46,72
10	0,232	0,138	40,52	0,125	46,12
15	0,342	0,203	40,64	0,198	42,11
20	0,454	0,275	39,43	0,278	38,77
25	0,57	0,338	40,70	0,36	36,84
30	0,682	0,418	38,71	0,432	36,66
35	0,826	0,503	39,10	0,518	37,29
40	0,952	0,59	38,03	0,612	35,71
45	-	0,712	-	0,718	-
50	-	0,816	-	0,838	-
55	-	0,9	-	-	-

A utilização de pregos 22x48 como sistema de conexão flexível propiciou uma redução dos deslocamento verticais de vigas, conforme ilustrado na Figura 5.05, onde se comparam apenas resultados experimentais. Esse efeito favorável à estrutura pode também ser visto na Tabela 5.02, onde se notam reduções nas flechas em torno de 40% em relação à viga sem sistema de conexão.

## 5.2 Análise dos Deslocamentos Verticais para a Segunda Série de Estruturas

Nessa segunda série de estruturas foram construídos e ensaiados protótipos de vigas e painéis com dimensões mais próximas de estruturas reais, como por exemplo, painéis para piso, observando-se porém as limitações da capacidade de carga do pórtico de ensaio (150 kN). Os

painéis PPR, PP1/2 e PP3/8, cujas dimensões foram apresentadas no item anterior, permitem simular super-estruturas pré-moldadas para pequenas passarelas.

Com o propósito de alcançar uma melhor eficiência dos sistemas de conectores flexíveis, em relação àqueles da primeira série de ensaios (pregos 22 x 48), foram utilizados conectores de diâmetros superiores, isto é, pregos 24 x 60 e parafusos de 3/8" e 1/2" de diâmetro.

### **5.2.1 Vigas VPR1, VPR2, VP3/8-1, VP3/8-2, VP1/2-1 e VP1/2-2**

A análise dos deslocamentos verticais obtidos experimentalmente para cada estrutura, em função do respectivo nível de carregamento aplicado, permite conhecer o comportamento da estrutura em relação ao estado limite de utilização. Esses valores se comparados com deslocamentos verticais teóricos fornecem informações sobre a eficiência da rigidez do sistema de conectores utilizado em cada viga.

Para isso, nas Figuras 5.06, 5.07 e 5.08 são representados os deslocamentos verticais experimentais e teóricos supondo um sistema de ligação perfeitamente rígido, mostrando a redução da rigidez de cada viga em relação aos resultados teóricos (th-EII). Neste modelo teórico, inexistente o deslizamento longitudinal e o deslocamento vertical é obtido pela expressão clássica da resistência dos materiais, onde o produto de rigidez considerado é o da seção transformada em madeira. Por outro lado, o benefício decorrente da presença do sistema de conexão pode ser também visualizado quando se comparam os resultados experimentais com resultados, supondo que na superfície de contato madeira-concreto o deslizamento esteja desimpedido, conforme ilustrado pelas curvas (th-EI0).

São apresentados graficamente os resultados de modelagem das estruturas através de equações diferenciais e pelo método dos elementos finitos. Na primeira modelagem, representada pelas curvas (th-MATH), as equações para as vigas mistas em concreto e madeira ensaiadas e suas respectivas condições de contorno foram implementadas no software Mathematica®. Nesse

caso, como mencionado anteriormente, o sistema de ligação é considerado contínuo e representado pelo módulo de deslizamento por unidade de comprimento.

Como simulação pelo método dos elementos finitos, os resultados dos deslocamentos verticais foram previstos através do programa SAP2000 (th-SAP), para cada um dos três grupos de sistema de conectores, os quais são discretos como realmente ocorre nas estruturas.

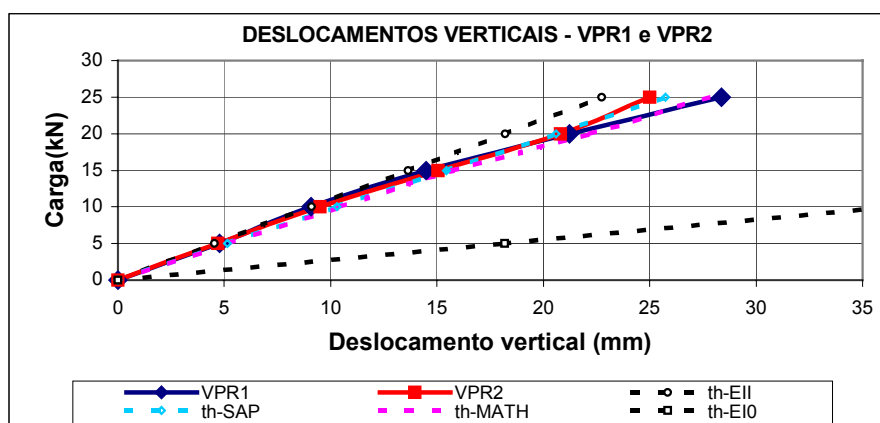


FIGURA 5.06 – Deslocamento vertical - Vigas do grupo VPR

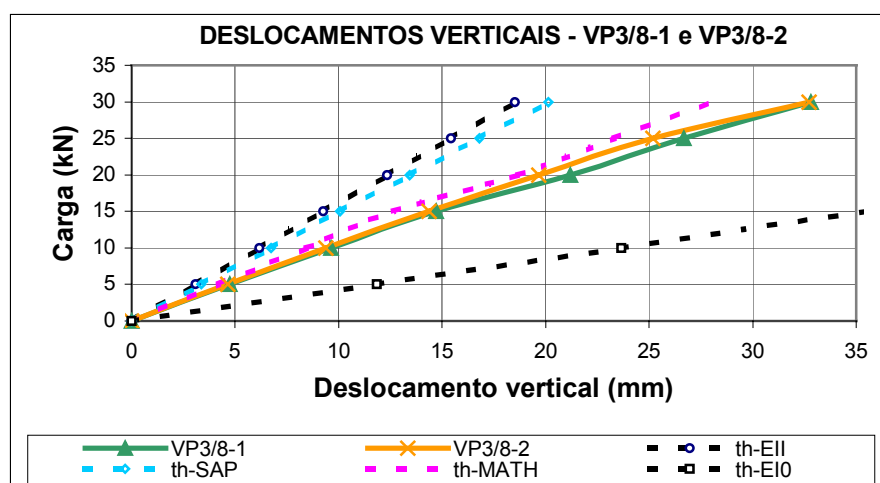


FIGURA 5.07 – Deslocamento vertical -Vigas do grupo VP3/8”



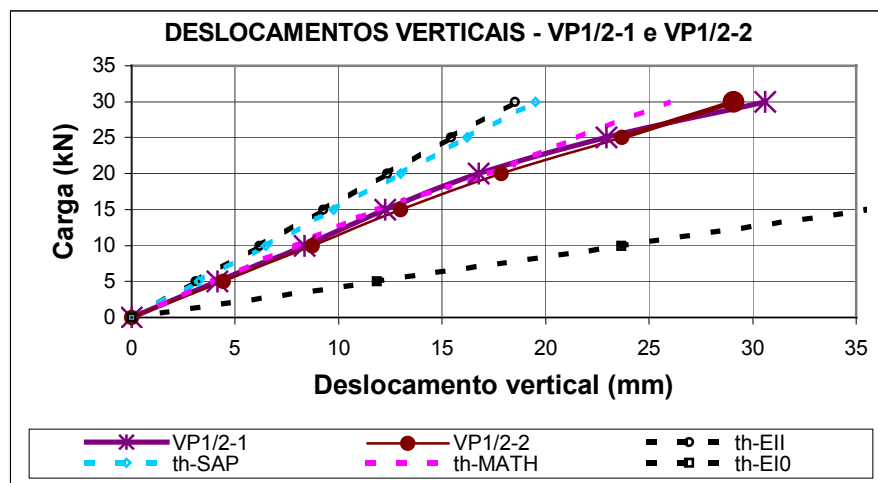


FIGURA 5.08 – Deslocamento vertical -Vigas do grupo VP<sup>1/2</sup>”

Da Figura 5.06, verificam-se que as curvas experimentais das Vigas VPR1 e VPR2, cujos sistemas de ligação foram do tipo pregos, aproximaram-se da curva teórica (th-EII), principalmente para níveis de carregamentos abaixo do valor que define o estado limite de utilização, estabelecido pela NBR 7190/97, para uma flecha limite de  $l/200 = 1,5$  cm. A partir desse limite, dos resultados experimentais verifica-se que as vigas sofrem uma redução da rigidez, devido à não-linearidade do material, comportamento esse que não é representado pela curva teórica considerada, a qual tem comportamento exclusivamente elástico.

Para essas duas vigas, verifica-se também que os resultados pelo Método dos Elementos Finitos (th-SAP), considerando-se os sistemas de ligações discretos e representados por barras com as mesmas características dos pregos, mostraram-se bem próximos àqueles obtidos experimentalmente.

Uma excelente representação gráfica também foi obtida através da resolução de equações diferenciais (th-MATH). Para esta última, tem-se favoravelmente, a partir do deslocamento vertical que define o estado limite de utilização, a redução do módulo de deslizamento, tornando assim, a curva mais abatida e mais próxima da curva experimental.

Os deslocamentos verticais registrados pelas 4 vigas das séries VP3/8 e VP1/2 foram melhor representados através das equações diferenciais 4.01 e 4.02 resolvidas com o software

Mathematica. Das Figuras 5.07 e 5.08, verifica-se que a modelagem através do método dos elementos finitos resultou em curvas que mais se aproximaram daquelas determinadas pela equação clássica da resistência dos materiais (th-EII).

Essa divergência de resultados, certamente, deve ser atribuída ao fato de que o modelo utilizado no SAP não esteja representando coerentemente o comportamento de conectores com maiores diâmetros, como no caso dos parafusos utilizados. Admitindo-se para esses conectores mais rígidos a hipótese de haver um pequeno esmagamento das paredes dos furos da madeira, que ocasionará um deslizamento horizontal entre as peças, e conseqüentemente implicando num acréscimo na flecha. Por outro lado, na ligação por pregos, o comportamento representado pela modelagem sugerida teve bons resultados o que se deve, provavelmente, ao fato do deslizamento ocorrer com predominância do efeito de flexão do pino.

Esse possível efeito de esmagamento da madeira também pode justificar o fato dos corpos-de-prova com parafusos apresentarem valores dos seus módulos de deslizamento próximos àqueles corpos-de-prova com sistema de ligação por pregos.

Com isso, a utilização de equações diferenciais traz vantagens, uma vez que independente do modo de ruptura da ligação, o seu comportamento será caracterizado diretamente pelo módulo de deslizamento, que é obtido de ensaios de corpos-de-prova, e certamente, com resultados mais reais daqueles esperados para a estrutura.

A aproximação dos resultados experimentais das vigas com conexão por pregos, em relação aos resultados obtidos através dos modelos teóricos permite concluir que, para as características mecânicas dos materiais utilizados, esse sistema de ligação apresentou-se com excelente eficiência mecânica. As características das curvas das vigas VPR1 e VPR2, devido à proximidade com a curva (th-EII), tornam seus comportamentos bem semelhantes aos esperados para as ligações rígidas, onde a rigidez da viga mantém-se próxima a de uma seção maciça.

É de grande importância observar para os três sistemas de ligação, os benefícios propiciados às vigas, quando se comparam às curvas experimentais e as correspondentes curvas

th-EI0, verificando-se através dos resultados de ensaios dos protótipos para cada nível de carga, a drástica redução dos deslocamentos verticais pela simples presença da conexão. Com isso, comprova-se uma das vantagens apresentadas na literatura das estruturas mistas em concreto-madeira.

Dos gráficos representados nas Figuras 5.06, 5.07 e 5.08 pode-se estimar a redução da rigidez de cada viga, mediante comparação dos momentos de inércia teórico e experimental, para cada estágio de carregamento, cujos deslocamentos verticais são verificados para a correspondente carga que define o estado limite de utilização. O outro ponto verificado para cada estrutura corresponde ao último valor de deslocamento vertical registrado experimentalmente, conforme apresentado na Tabela 5.03, valor esse que está aquém da carga de ruptura de cada viga, para o qual por questões de proteção foi retirado o relógio comparador. Deve-se observar a particularidade apresentada pela viga VPR2, a qual alcançou um estágio de carregamento de 25 kN, mas logo passou a perder carga, sofrendo assim, ruptura para uma carga registrada de 24,214 kN.

O coeficiente de redução de rigidez *alfa* é definido pela razão entre a inércia efetiva,  $I_{ef}$ , da Equação 5.01, e a inércia da seção supostamente maciça e homogênea. Dessa relação, pode-se avaliar quão rígidos foram os sistemas utilizados em cada uma das vigas. O deslocamento vertical,  $w_{exp}$ , é obtido de cada uma das curvas experimentais, para as respectivas cargas.

$$I_{ef} = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot E_w \cdot w_{exp}} \quad (5.01)$$

Assim, verifica-se um bom desempenho apresentado para o sistema de ligação por meio de pregos. Porém, deve-se lembrar que a madeira utilizada para essas vigas apresentou características mecânicas inferiores àquelas do lote utilizado nas vigas conectadas por parafusos. Esse fato certamente fez com que as vigas VPR1 e VPR2 apresentassem carregamentos de ruptura inferiores às demais vigas.

TABELA 5.03 – Redução da rigidez das vigas

Viga	Carga ruptura (kN)	E. L. de Utilização		Última leitura	
		Carga (kN)	alfa Coef red	Carga (kN)	alfaCoef red
VPR1	25,25	15,32	0,93	25,00 (99,00%)	0,80
VPR2	24,214	14,70	0,89	25,00	0,91
VP3/8-1	37,811	15,22	0,63	30,00 (79,34%)	0,56
VP3/8-2	36,694	15,77	0,65	30,00 (81,76%)	0,57
VP1/2-1	47,032	17,94	0,74	30,00 (63,79%)	0,60
VP1/2-2	40,326	17,08	0,70	30,00 (74,39%)	0,63

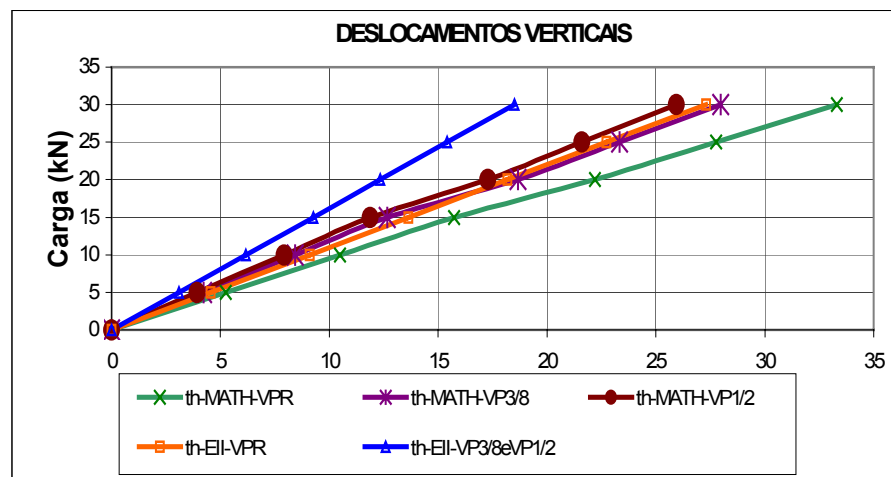


FIGURA 5.09 – Deslocamentos verticais teóricos

Como foram utilizados dois lotes de madeira, é interessante observar o comportamento esperado para os três grupos de vigas, através das curvas obtidas dos modelos teóricos (th-EII e th-MATH), o que pode ser visto da Figura 5.09. Nota-se que os deslocamentos teóricos (linha th-EII-VPR) para as vigas VPR1 e VPR2, assumindo um sistema de ligação perfeito, resultam valores maiores que aqueles estimados para as demais vigas, que foram construídas com o lote de madeira 1. Ainda na Figura 5.09, as curvas das vigas implementadas no programa Mathematica também ilustram a perda de rigidez da estrutura em função da redução do diâmetro dos conectores. Obviamente, se todas as vigas fossem construídas por um único lote de madeira, as

respectivas curvas de flechas teóricas para as vigas VPR1 e VPR2 aproximar-se-iam das respectivas curvas apresentadas para as vigas cujos sistemas de conexão foram parafusos.

Dos resultados experimentais apresentados na Figura 5.10, as vigas com sistemas de ligações por parafusos da série de 1/2” de diâmetro apresentaram maiores rigidezes em relação às outras quatro vigas, o que pode ser visto pelos seus menores deslocamentos verticais à cada estágio de carregamento. O último ponto de cada curva da Figura 5.10 representa o último valor registrado durante ensaio, e não significa necessariamente que as estruturas tenham alcançado a ruptura.

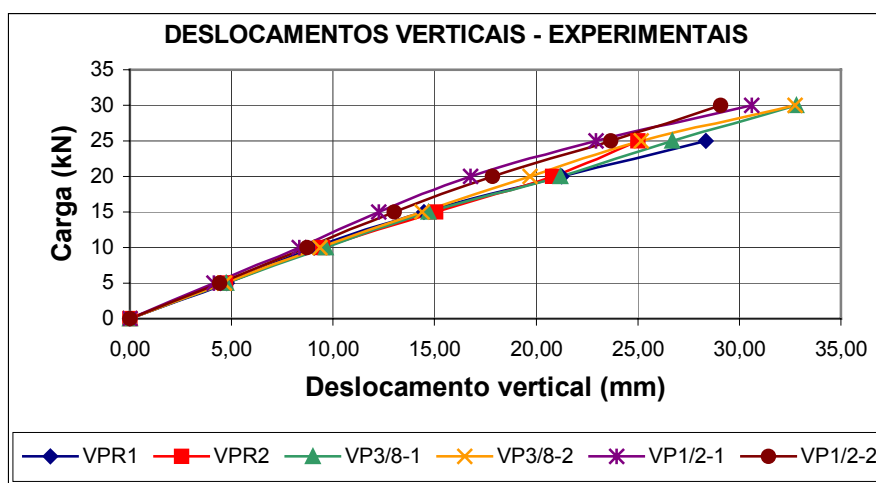


FIGURA 5.10 – Deslocamentos verticais experimentais

O desempenho de rigidez proporcionado por conectores do tipo prego mostrou-se bastante eficiente, ainda que seus espaçamentos tenham sido menores que aqueles adotados para as duas séries de parafusos, resultando assim, numa menor seção efetiva por unidade de comprimento, conforme apresentado na Tabela 5.04.

Os conectores foram espaçados de maneira a obter-se a máxima eficiência de rigidez de cada sistema de conexão. Para tanto, foram fixados valores próximos aos mínimos indicados pela NBR 7190/97, e também observando-se medidas que facilitam a precisão na montagem de estruturas em canteiro de obras.

TABELA 5.04– Seções de cada sistema de conexão

Sistema de conector	diâmetro	Espaçamento (mm)		Seção/unidade	Seção efetiva
	(mm)	mínimo NBR	adotado	cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup> /m
prego	6,580	39,5	50	0,340	6,801
Parafuso 3/8	9,525	57,15	75	0,713	9,501
Parafuso 1/2	12,700	76,2	75	1,267	16,890

Dessa forma, com os espaçamentos dos pinos otimizados, no caso dos parafusos de ½” e para a mesma largura da peça de madeira, tornar-se-ia impossível aumentar a seção efetiva do sistema. Mesmo assim, verificou-se mediante medições a ocorrência de deslizamento entre mesa e alma, conforme ilustrado na Figura 5.11 para um trecho da viga VP1/2-1. As nomenclaturas D1, D2, D3 e D4 representam os pontos de medida dos deslizamentos na superfície de ligação, conforme indicado na Figura 4.15.

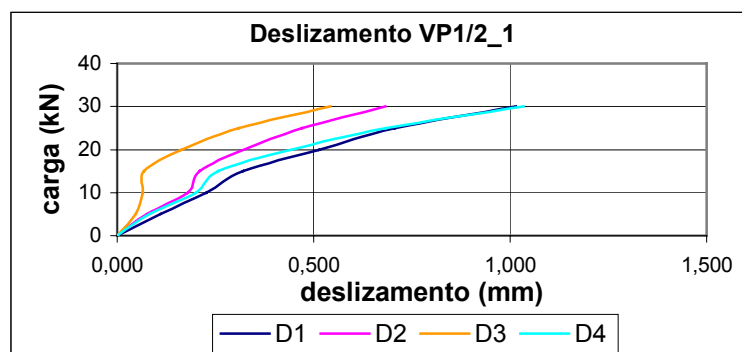


FIGURA 5.11 - Deslizamento mesa-alma VP1/2-1

O deslizamento na superfície de contato é confirmado ao avaliar os resultados das deformações registradas mediante extensômetros instalados em diversos pontos de uma seção transversal de cada viga. Até mesmo para os primeiros estágios de carregamento, constatou-se a descontinuidade no diagrama de deformações, conforme ilustrado na Figura 5.12.

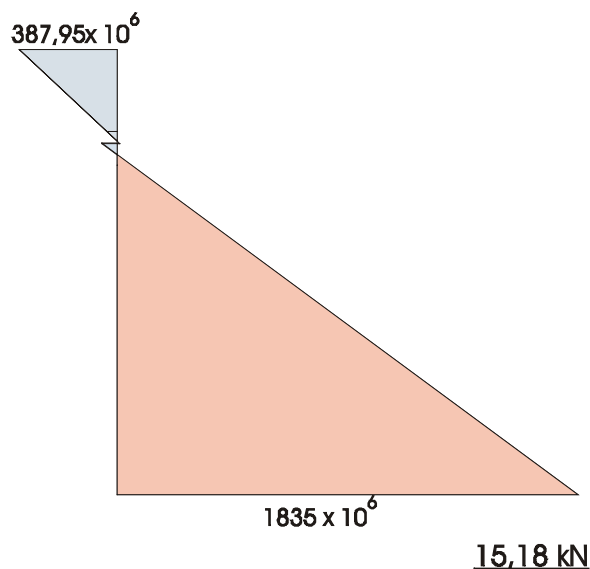


FIGURA 5.12 – Deformações registradas para a viga VPR2

As deformações apresentadas na Figura 5.12 referem-se aos valores obtidos através de extensômetros elétricos posicionados numa seção transversal à distância de um metro dos apoios. É importante notar que a descontinuidade representa a eficiência do sistema de conexão, ou seja quanto menor esse valor da descontinuidade implica num sistema de ligação mais eficiente.

### 5.2.2 Análise dos Resultados dos Painéis PPR, PP1/2 e PP3/8

Para análise dos resultados, mais uma vez o programa Mathematica foi utilizado. Ainda que as equações tenham sido desenvolvidas para o caso de vigas “T”, seus resultados foram comparados com os valores obtidos experimentalmente.

Em linhas gerais, através das três curvas apresentadas na Figura 5.13, verifica-se que o painel constituído por pregos, PPR, mostrou-se praticamente tão eficiente quanto o painel PP3/8, no qual se utilizou o sistema de ligação por parafusos da série 3/8”. Diferentemente das vigas, os três painéis foram construídos com madeira de um único lote, diferindo entre eles apenas pelo sistema de ligação, sendo o painel PPR o de menor área efetiva de conectores.

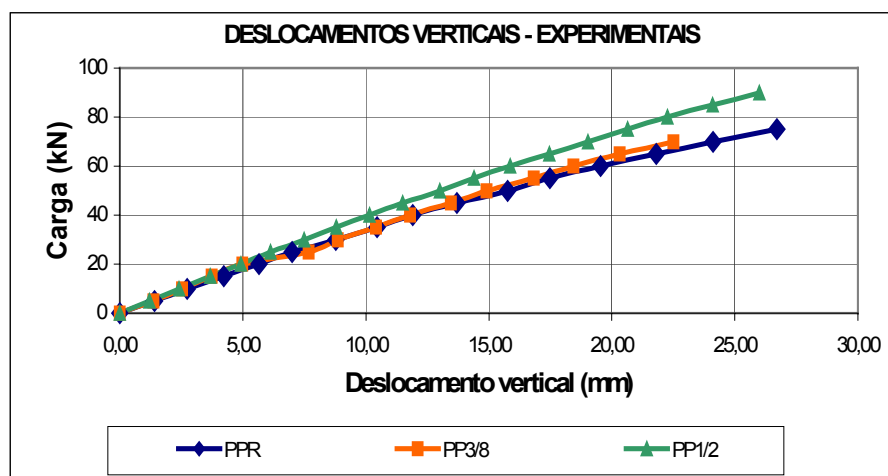


FIGURA 5.13 – Deslocamentos verticais- experimentais

A eficiência dos três painéis, do ponto de vista dos deslocamentos verticais, apresentou-se levemente maior quando utilizados conectores de maiores diâmetro. Esse fato não surpreende, pois da análise dos respectivos módulos de deslizamento, obtidos de ensaios de corpos-de-prova, esperava-se tal comportamento, uma vez que os módulos resultaram valores próximos.

Do ponto de vista do estado limite último, a carga de ruptura registrada para o painel com parafusos de 1/2" foi superior em apenas 16,20% do carregamento do painel PPR. Os conectores do tipo prego possibilitaram um carregamento de ruptura superior ao valor suportado pelo painel PP3/8. Para esse painel, com um estágio de carga de 76 kN, foram apresentados os primeiros ruídos de aviso de ruína nas peças de madeira. No caso dos painéis PPR e PP1/2 os primeiros avisos ocorreram a 80 kN e 95 kN, respectivamente.

TABELA 5 – Cargas de ensaio dos painéis (kN)

Estágio de carga	Painel		
	PPR	PP3/8	PP1/2
Estado Limite de Utilização	48,1	50,0	57,1
Estado Limite Último	91,64	80,09	106,49



As primeiras fissuras nas mesas dos painéis PPR e PP3/8 surgiram no instante de ruptura. Já, no caso do painel PP1/2 observou-se a formação de uma primeira fissura longitudinal no sentido centro para a extremidade, quando ao painel aplicou-se 95 kN.



FIGURA 5.14 – Detalhe de ruptura de painéis e fissura na laje

Para análise dos resultados, considerou-se cada painel como sendo uma viga tendo como contribuição para a sua rigidez a inércia das três peças de madeira. O sistema de conexão foi considerado, pelo módulo de deslizamento por unidade de comprimento, como sendo igual ao triplo dos valores obtidos através dos ensaios de corpos-de-prova.

O comportamento estrutural dos protótipos também é verificado através da modelagem pelo programa SAP2000, sendo utilizada a entrada gráfica do próprio programa. As peças de madeira e concreto foram discretizadas por elementos de casca retangular, com suas correspondentes espessuras; os conectores por elementos de barra.

Em ambos os procedimentos de modelagem foram obtidos resultados mais rígidos que aqueles registrados experimentalmente. Assim como nas vigas, são plotadas também as curvas supondo haver um sistema de ligação perfeitamente rígido entre a mesa e as peças de madeira, bem como a ausência da conexão, (th-EII) e (th-EIO), respectivamente, permitindo-se dessa forma uma visualização do comportamento de cada estrutura em consequência da presença do sistema de conexão.

Comparando-se as curvas experimentais e (th-EI0) das Figuras 5.15, 5.16 e 5.17, torna-se possível estimar a elevação da capacidade de carga de cada painel, graças exclusivamente à utilização dos conectores. Por exemplo, para um deslocamento vertical de 15 mm que corresponde ao estado limite de utilização, tem-se 125%, 150% e 175% para os painéis PPR, PP3/8 e PP1/2, respectivamente.

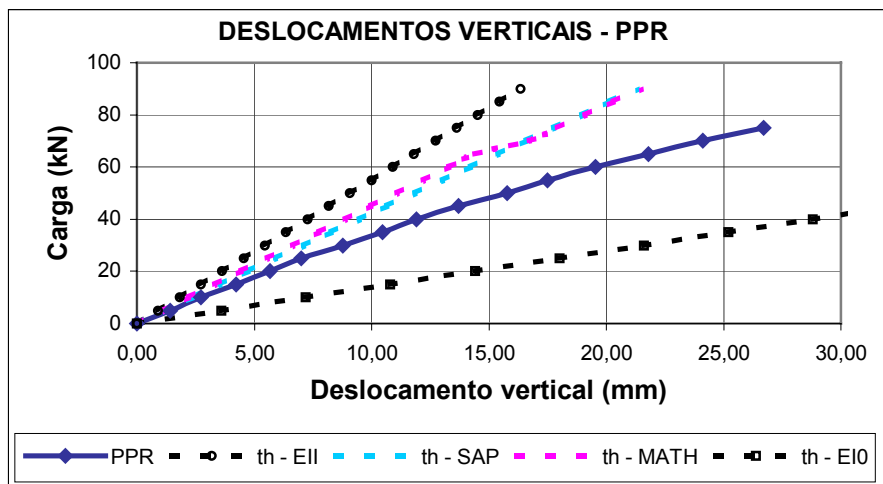


FIGURA 5.15 – Deslocamento vertical PPR

A proximidade dos resultados para as curvas (th-MATH) e (th-SAP) notada no painel PPR provavelmente está relacionada ao fato do deslizamento entre os dois materiais ser, predominantemente, devido ao efeito de flexão dos pinos. Diferente do que se nota nas curvas dos painéis por parafusos onde o modelagem pelo método dos elementos finitos através do programa SAP2000 tornou a estrutura mais rígida do que através da consideração das equações diferenciais.

Observa-se das curvas carga  $\times$  deslocamento vertical obtidas através do programa Mathematica, que a correspondente curva do painel PPR resultou mais rígida que para o painel PP3/8, uma vez que o módulo de deslizamento dos sistema de ligação por pregos foi maior que para o sistema por parafusos 3/8”.

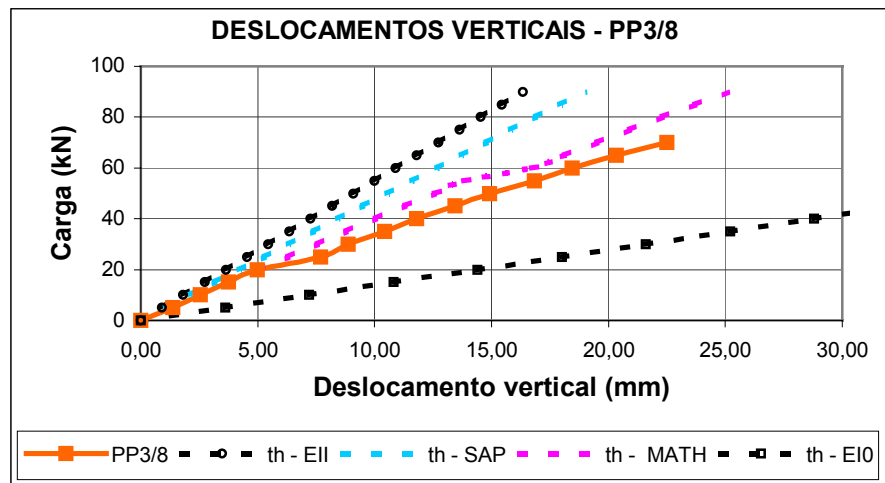


FIGURA 5.16 – Deslocamento vertical PP3/8

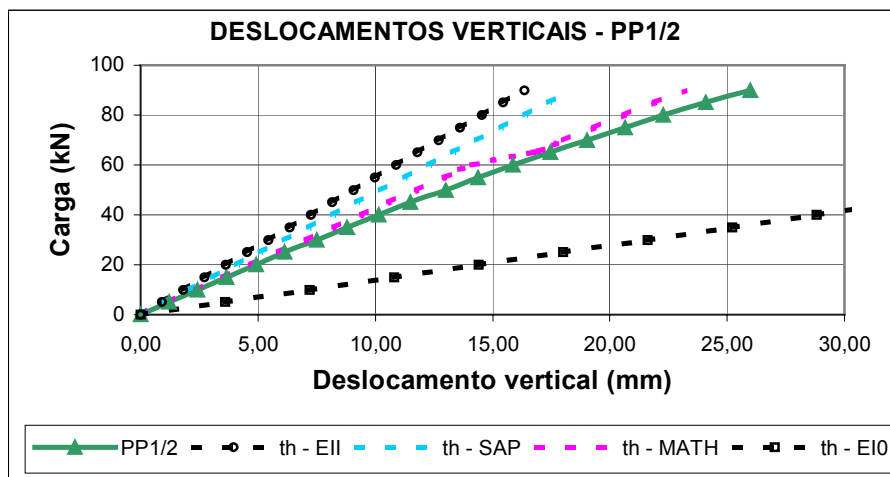


FIGURA 5.17 – Deslocamento vertical PP1/2

Para os dois últimos painéis, nota-se nitidamente uma melhor aproximação dos resultados experimentais mediante o método das equações diferenciais. Provavelmente, melhores resultados através do programa SAP2000 possam ser obtidos pela modelagem por meio de elementos sólidos, e também levando-se em conta o efeito do pino na da madeira.

A utilização de dois valores para o módulo de deslizamento, para o estado de utilização e para o estado limite último, como indicado na literatura, indubitavelmente, foi de grande importância para se obter as curvas pelo modelo implementado no Mathematica, cujo procedimento ajusta o resultado para efeito da não linearidade física do material.

### 5.2.3 Análise dos Resultados do Painel PRED

A presença dos parafusos ocasionou o enrijecimento do painel PRED, mostrando assim, ser possível a aplicação de carregamentos maiores em relação à mesma seção transversal, caso a estrutura fosse desprovida de sistema de ligação. Nessa suposição, a laje teria liberdade para deslizar sobre as peças de madeira e com isso, o painel alcançaria, por exemplo, uma flecha de 7,5 mm com aproximadamente 55% do valor da carga registrada em ensaio. Essas diferenças podem ser vistas observando-se as curvas th-EI0 e experimental, na Figura 5.18.

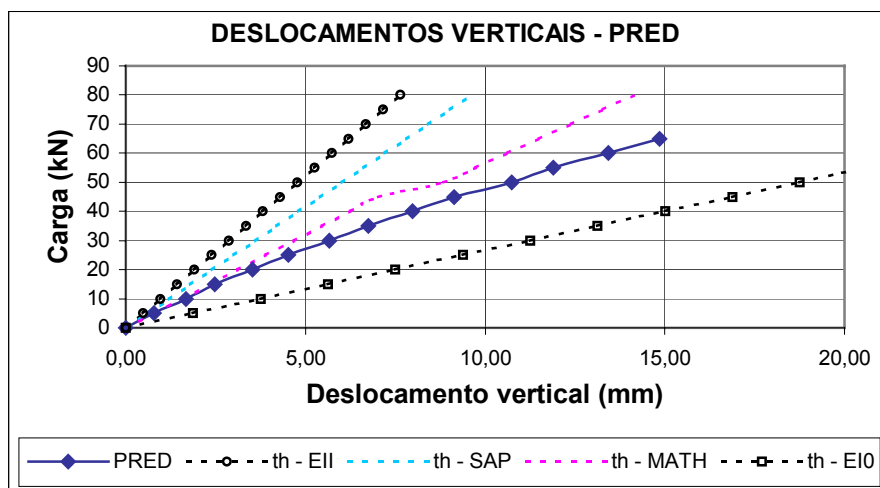


FIGURA 5.18 – Deslocamentos verticais do painel PRED

Da Figura 5.18 mais uma vez verifica-se que a previsão da curva força  $\times$  deslocamento vertical, através das equações diferenciais superou, com a melhor aproximação, os resultados obtidos da modelagem da estrutura pelo método dos elementos finitos.

Os parafusos utilizados no painel em discussão, em razão de seus diâmetros 3/8", poderiam ser fixados com um espaçamento menor, cujo valor mínimo segundo a NBR 7190/97 deve ser de 6 vezes o diâmetro do pino, ou seja, 58 mm. Com essa medida, certamente para cada estágio de carregamento, seriam registrados deslocamentos verticais menores que aqueles apresentados na Figura 5.18.

A estrutura foi carregada com incrementos de 5 kN, e ao atingir uma carga de 66 kN ocorreu o primeiro aviso, ou seja ruído característico de ruptura das fibras, em uma das peças de madeira. Nesse estágio de carga, observou-se, na direção perpendicular à maior dimensão do painel, a formação de uma fissura de flexão no fundo da laje e passante em toda sua largura. A ruptura do painel somente ocorreu para o nível de carregamento de 70,04 kN.

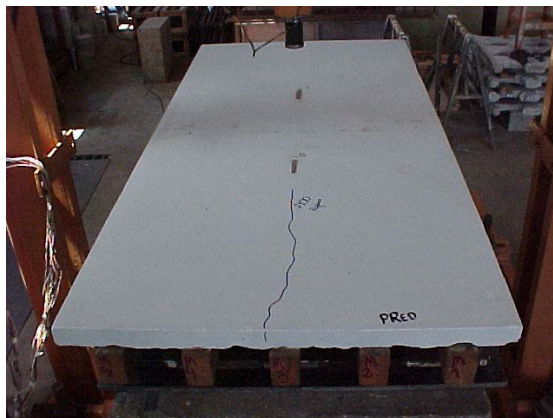


FIGURA 5.19 – Detalhe da fissura longitudinal da laje do painel PRED



## **6 SOLICITAÇÕES INTERNAS NAS VIGAS E NOS PAINÉIS**

Como proposto inicialmente foram utilizados diversos procedimentos para a determinação dos esforços internos nas estruturas mistas, tais como o método do EUROCODE 5/93, equações diferenciais e o método dos elementos finitos.

Através do EUROCODE 5/93, são determinados os valores de tensões para posições definidas sobre a seção transversal do elemento estrutural, a força horizontal num conector e a tensão máxima de cisalhamento.

Por meio das equações diferenciais, pode-se por exemplo obter as resultantes axiais na mesa e na alma, e também o fluxo de cisalhamento nos conectores.

As posições onde foram determinadas as tensões através do método EUROCODE 5 (93) estão indicadas na Figura 6.01a. As tensões obtidas através do programa SAP2000 são apresentadas para as posições indicadas na Figura 6.01b, onde foram utilizadas as seguintes nomenclaturas: Cs1 e Cs2 bordas superior e inferior do concreto, e Ms2 e Ms1 bordas superior e inferior da madeira.

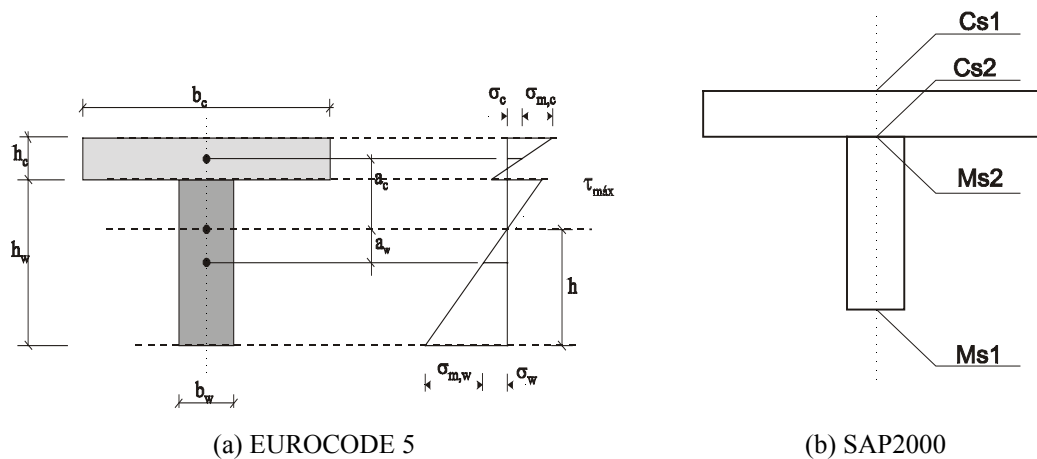


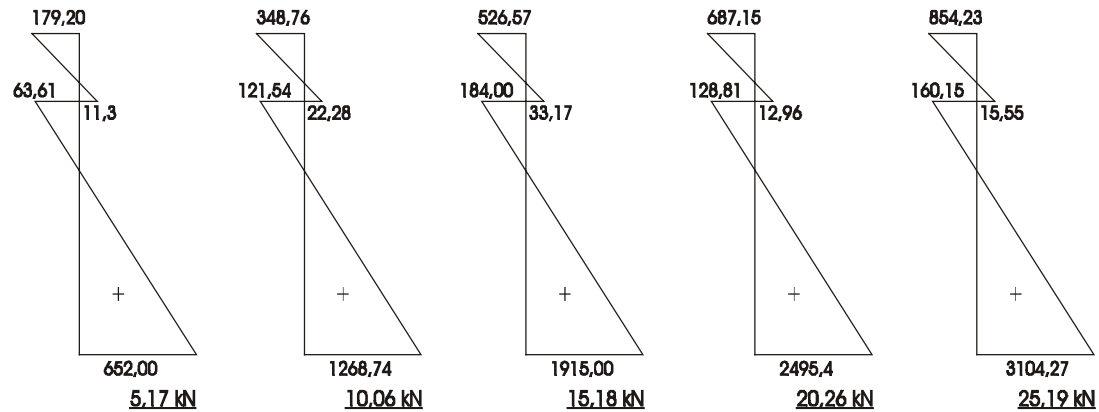
FIGURA 6.01 – Pontos de resultados analisados

Admitindo-se que os materiais apresentem comportamento elástico das tensões e dos correspondentes módulos de elasticidade dos materiais, são determinadas as deformações na mesa e na alma das estruturas. A seguir são apresentados resultados e algumas comparações de diagramas de deformação.



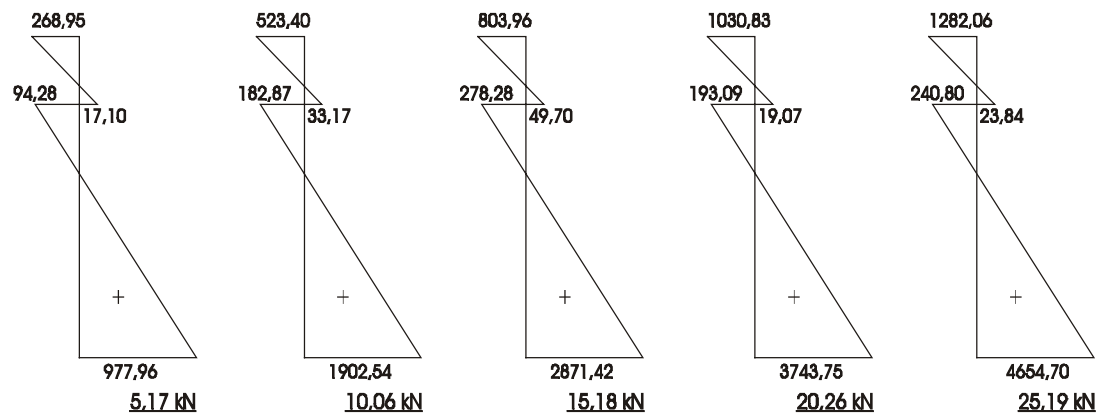
TABELA 6.01 - Esforços internos na viga VPR (MÉTODO EUROCODE 5/93)

		$\bar{K}_{ser}$			$\bar{K}_u$	
x		5,17 kN	10,06 kN	15,18 kN	20,26 kN	25,19 kN
l/3	$\sigma_c$ (MPa)	1,62	3,15	4,76	6,51	8,09
	$\sigma_{m,c}$ (MPa)	1,84	3,58	5,40	6,75	8,39
l/2	$\sigma_c$ (MPa)	2,43	4,73	7,14	9,76	12,14
	$\sigma_{m,c}$ (MPa)	2,76	5,37	8,10	10,13	12,60
l/3	$\sigma_w$ (MPa)	2,59	5,05	7,62	10,42	12,96
	$\sigma_{m,w}$ (MPa)	3,15	6,12	9,24	11,554	14,37
l/2	$\sigma_w$ (MPa)	3,89	7,57	11,42	15,63	19,43
	$\sigma_{m,w}$ (MPa)	4,72	9,18	13,86	17,33	21,55
$R_{l,k}$ (kN)		0,97	1,89	2,86	3,90	4,86

 $(\times 10^{-6})$ 

**DIAGRAMAS DE DEFORMAÇÃO VPR ( $x=l/3$ )**  
**"MÉTODO: EUROCODE 5/93"**

FIGURA 6.02 Diagramas de deformação VPR



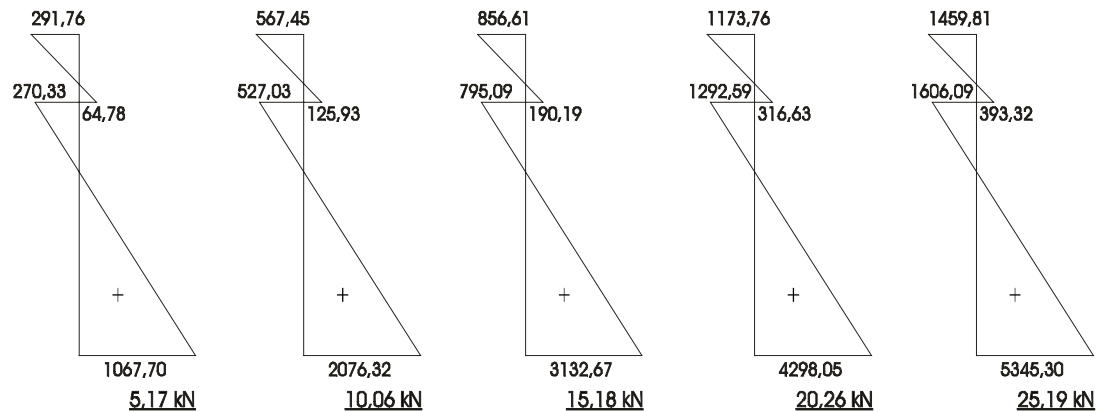
$(\times 10^{-6})$

DIAGRAMAS DE DEFORMAÇÃO VPR ( $x=l/2$ )  
"MÉTODO: EUROCODE 5/93"

FIGURA 6.03 Diagramas de deformação VPR

TABELA 6.02 - Esforços internos na viga VPR (equações diferenciais)

		$\bar{K}_{ser}$			$\bar{K}_u$	
x		5,17 kN	10,06 kN	15,18 kN	20,26 kN	25,19 kN
l/2	$N_{cl}$ (kN)	-26,29	-51,16	-77,21	-99,24	-123,42
	$M_{cl}$ (kN*cm)	27,52	53,55	80,82	115,02	143,05
	$N_{wl}$ (kN)	26,29	51,16	77,21	99,24	123,42
	$M_{wl}$ (kN*cm)	110,39	214,80	324,19	461,41	573,84
0	$\bar{T}_s$ (kN/cm)	0,204	0,396	0,598	0,795	0,99
0	$R_{l,k}$ (kN)	1,02	1,98	2,99	3,975	4,95
l/2	$\sigma_c$ (MPa)	2,59	5,05	7,62	10,42	12,96
	$\sigma_{mc}$ (MPa)	3,15	6,12	9,24	11,554	14,37
	$\sigma_w$ (MPa)	3,89	7,57	11,42	15,63	19,43
	$\sigma_{m,w}$ (MPa)	4,72	9,18	13,86	17,33	21,55

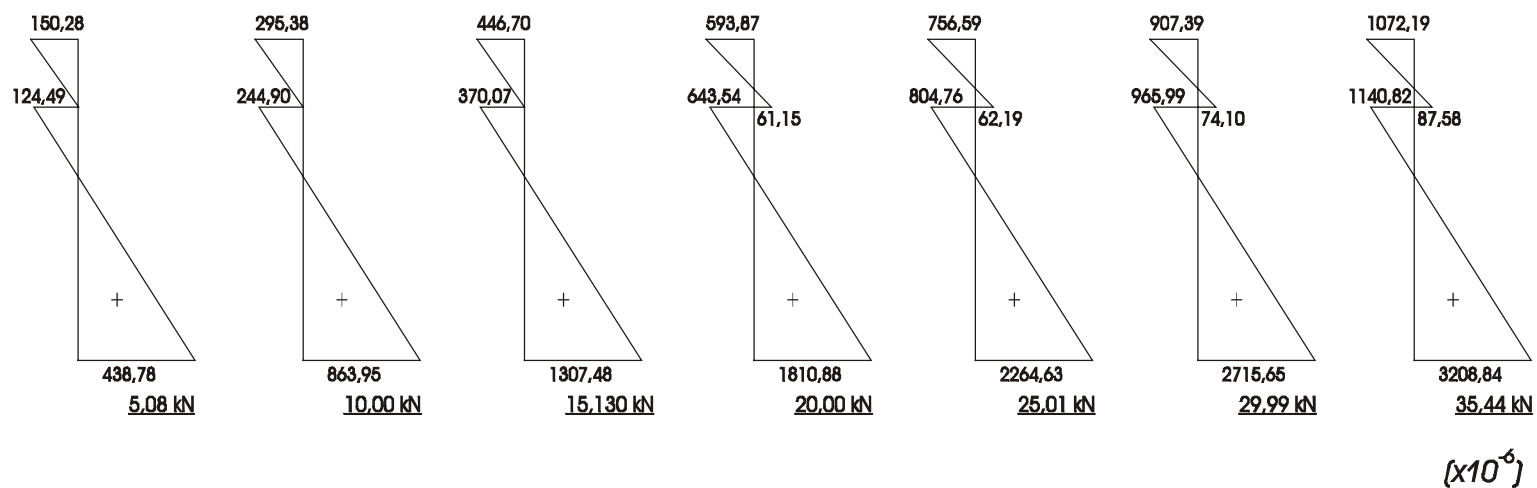
 $(\times 10^{-6})$ DIAGRAMAS DE DEFORMAÇÃO VPR ( $x=l/2$ )

"MÉTODO: EQ. DIFERENCIAIS"

FIGURA 6.04 - Diagramas de deformação VPR

TABELA 6.03 - Esforços internos na viga VP3/8 (MÉTODO EUROCODE 5/93)

x		$\bar{K}_{ser}$			$\bar{K}_u$			
		5,08 (kN)	10,00(kN)	15,13(kN)	20,00(kN)	25,01(kN)	29,99(kN)	35,44(kN)
l/3	$\sigma_c$ (MPa)	1,45	2,85	4,31	5,14	6,70	8,04	9,50
	$\sigma_{m,c}$ (MPa)	1,45	2,85	4,31	6,32	7,90	9,47	11,19
l/2	$\sigma_c$ (MPa)	2,17	4,27	6,46	9,45	11,82	14,18	16,75
	$\sigma_{m,c}$ (MPa)	2,17	4,28	6,47	9,47	11,85	14,21	16,79
l/3	$\sigma_w$ (MPa)	2,31	4,55	6,89	8,58	10,73	12,86	15,20
	$\sigma_{m,w}$ (MPa)	4,14	8,15	12,33	18,04	22,56	27,06	31,97
l/2	$\sigma_w$ (MPa)	3,47	6,83	10,33	12,87	16,09	19,29	22,80
	$\sigma_{m,w}$ (MPa)	6,21	12,22	18,49	27,07	33,85	40,59	47,96
$R_{l,k}$ (kN)		1,30	2,56	3,88	4,82	6,03	7,23	8,55

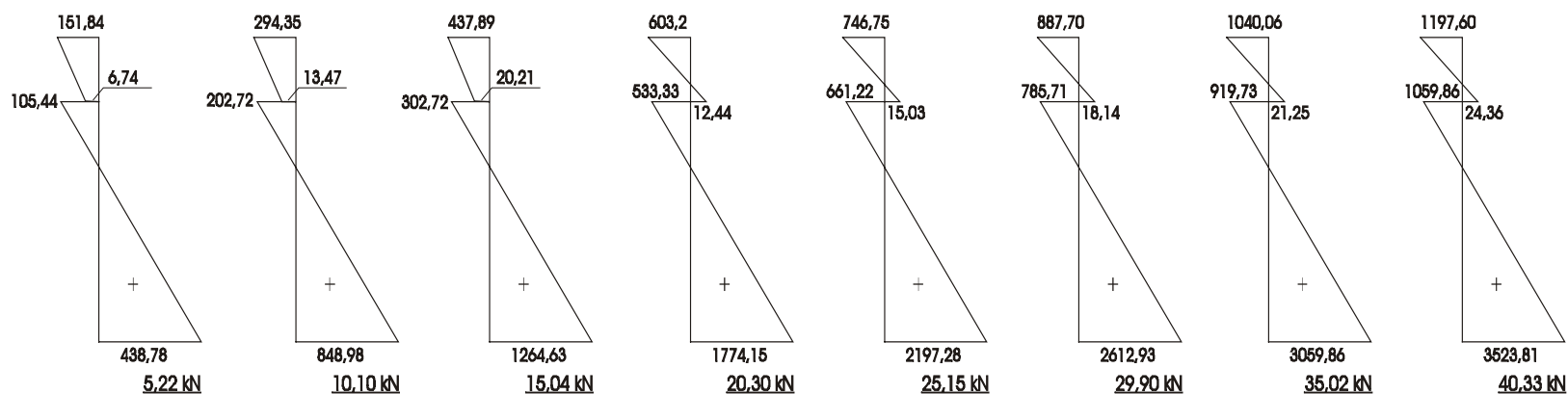


**DIAGRAMAS DE DEFORMAÇÃO V3/8 (x=l/3)**  
**"MÉTODO: EUROCODE 5/93"**

FIGURA 6.05 - Diagramas de deformação VP3/8

TABELA 6.04 - Esforços internos na viga VP1/2 (MÉTODO EUROCODE 5/93)

x		$\bar{K}_{ser}$			$\bar{K}_u$				
		5,22(kN)	10,10(kN)	15,04(kN)	10,30(kN)	25,15(kN)	29,90(kN)	35,02(kN)	40,33(kN)
l/3	$\sigma_c$ (MPa)	1,53	2,97	4,42	5,70	7,06	8,39	9,83	11,32
	$\sigma_{m,c}$ (MPa)	1,40	2,71	4,03	5,94	7,35	8,74	10,24	11,79
l/2	$\sigma_c$ (MPa)	2,30	4,45	6,63	8,55	10,59	12,59	14,74	16,98
	$\sigma_{m,c}$ (MPa)	2,10	4,06	6,05	8,90	11,03	13,12	15,36	17,69
l/3	$\sigma_w$ (MPa)	2,45	4,75	7,07	9,12	11,29	13,43	15,73	18,11
	$\sigma_{m,w}$ (MPa)	4,00	7,73	11,52	16,96	21,01	24,98	29,25	33,69
l/2	$\sigma_w$ (MPa)	3,68	7,12	10,61	13,67	16,94	20,14	23,59	27,16
	$\sigma_{m,w}$ (MPa)	6,00	11,60	17,27	25,44	31,51	37,47	43,88	50,53
$R_{1,k}$ (kN)		1,38	2,67	3,98	5,13	6,35	7,55	8,85	10,19

 $(\times 10^{-6})$ 

DIAGRAMAS DE DEFORMAÇÃO V1/2 ( $x=l/3$ )  
 "MÉTODO: EUROCODE 5/93"

FIGURA 6.06 - Diagramas de deformação VP1/2

TABELA 6.05 – Tensão e deformação SAP2000

VPR- SAP									
Carga	X	CS1		CS2		MS1		MS2	
kN		$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )
0,00	I/3	-0,481	-24,926	0,010	0,518	0,800	90,868	-0,057	-6,474
	I/2	-0,539	-27,932	0,010	0,518	0,899	102,113	-0,059	-6,701
5,17	I/3	-3,836	-173,861	-0,023	-1,710	6,387	634,598	-0,230	-19,650
	I/2	-6,081	-287,195	0,847	43,375	9,606	988,982	-1,604	-175,488
10,06	I/3	-7,004	-338,032	-0,054	-3,317	11,674	1235,120	-0,433	-42,708
	I/2	-11,339	-559,672	1,660	85,506	17,841	1924,353	-3,001	-334,166
15,18	I/3	-10,325	-510,131	-0,086	-4,975	17,199	1862,676	-0,625	-64,516
	I/2	-16,823	-843,862	2,782	143,649	26,464	2903,794	-4,593	-514,993
20,26	I/3	-13,629	-681,349	-0,117	-6,581	22,613	2477,624	-0,814	-85,984
	I/2	-22,257	-1125,460	3,310	171,011	34,892	3861,086	-6,118	-688,210
25,19	I/3	-16,816	-846,505	-0,149	-8,240	28,011	3090,754	-0,999	-106,997
	I/2	-27,562	-1400,373	4,113	212,624	43,322	4818,605	-7,593	-855,747

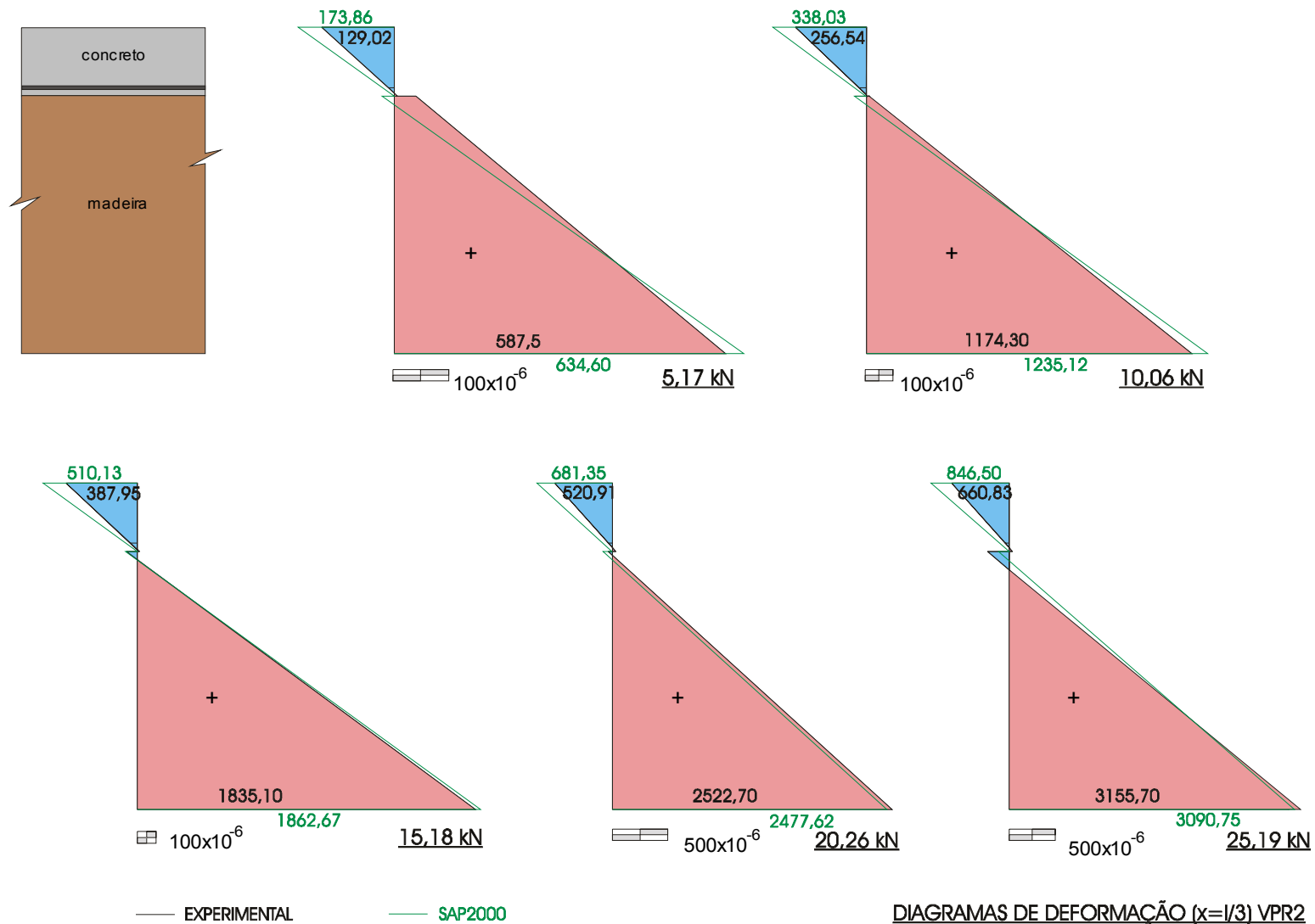


FIGURA 6.07 - Diagramas de deformação VPR2

TABELA 6.06 – Tensão e deformação SAP2000

VP3/8 -SAP									
Carga	pos	CS1		CS2		MS1		MS2	
kN		$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )
0,00	l/3	-0,409	-21,195	-0,080	-4,146	0,875	59,524	-0,123	-8,367
	l/2	-0,457	-23,682	-0,089	-4,612	0,975	66,327	-0,116	-7,891
5,08	l/3	-3,121	-140,540	-0,700	-32,129	6,754	399,932	-0,662	-36,667
	l/2	-4,695	-219,620	-0,485	-20,521	9,799	600,272	-1,782	-113,333
10,24	l/3	-5,743	-276,416	-1,308	-63,637	12,444	787,007	-1,201	-73,333
	l/2	-8,799	-432,295	-0,868	-40,369	18,340	1181,293	-3,502	-230,340
15,13	l/3	-8,482	-418,355	-1,935	-96,129	18,378	1190,680	-1,762	-111,497
	l/2	-13,079	-654,091	-1,267	-61,046	27,246	1787,143	-5,239	-348,503
20,30	l/3	-11,100	-554,024	-2,512	-126,030	23,888	1565,510	-2,295	-147,755
	l/2	-17,112	-863,088	-1,677	-82,293	35,700	2362,245	-6,889	-460,748
25,01	l/3	-13,734	-690,522	-3,169	-160,077	29,653	1957,687	-2,692	-174,762
	l/2	-21,322	-1081,256	-2,036	-100,897	44,399	2954,014	-8,584	-576,054
29,99	l/3	-16,387	-828,004	-3,783	-191,895	35,384	2347,551	-3,388	-222,109
	l/2	-25,431	-1294,191	-2,424	-121,003	53,044	3542,109	-10,272	-690,884
35,44	l/3	-19,293	-978,598	-4,456	-226,771	41,657	2774,286	-3,984	-262,653
	l/2	-30,012	-1531,585	-2,848	-142,976	62,506	4185,782	-12,118	-816,463



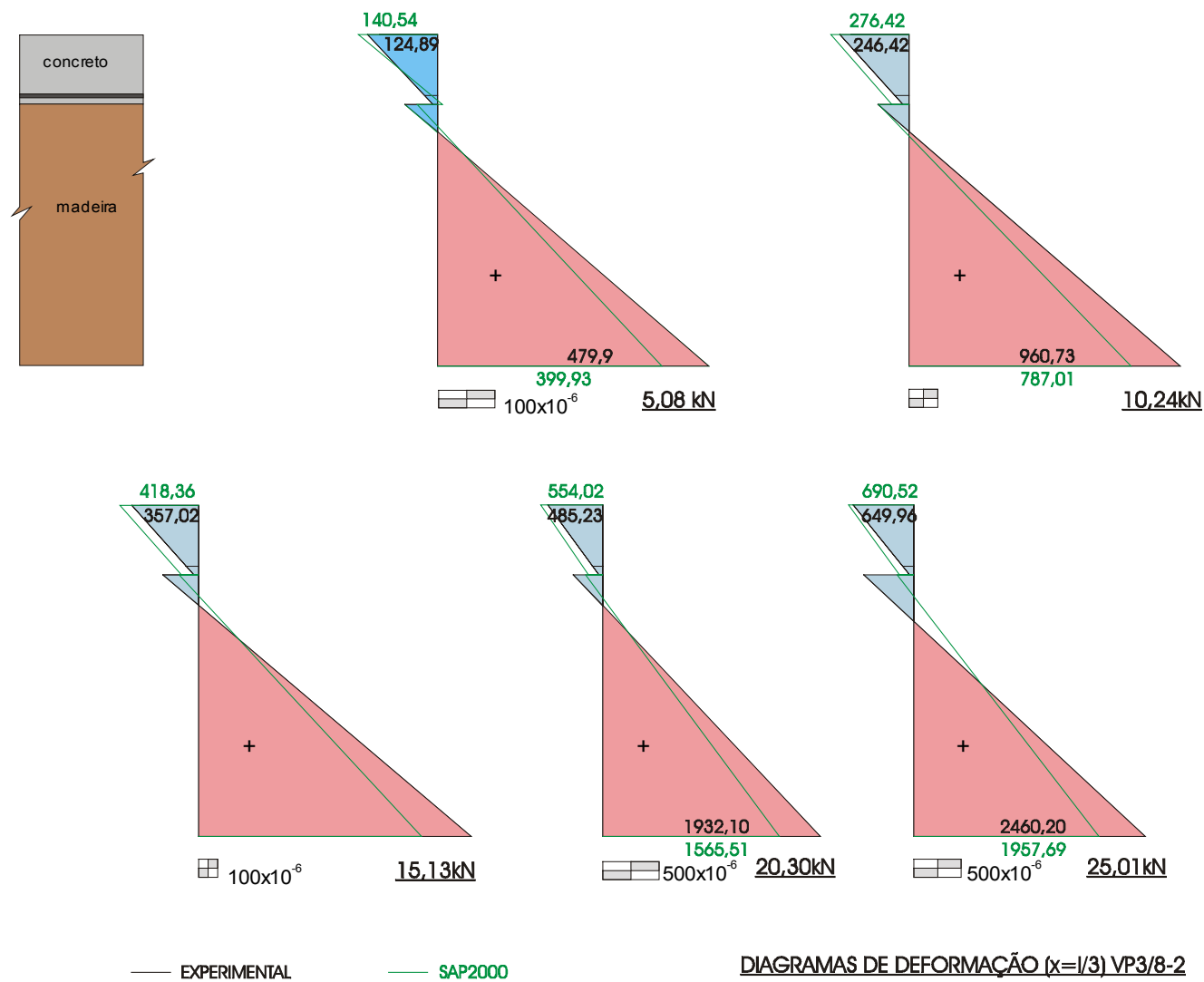


FIGURA 6.08 - Diagramas de deformação VP3/8-2

TABELA 6.07 – Tensão e deformação SAP2000

VP1/2 -SAP									
Carga	pos	CS1		CS2		MS1		MS2	
kN		$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )
0,00	l/3	-0,404	-20,936	-0,092	-4,768	0,872	59,320	-0,088	-5,986
	l/2	-0,456	-23,631	-0,097	-5,027	0,973	66,190	-0,097	-6,599
5,22	l/3	-0,318	4,462	-0,747	-33,943	6,879	408,639	-0,610	-35,510
	l/2	-4,780	-224,076	-0,722	-32,388	9,793	600,000	-1,382	-87,415
10,10	l/3	-5,773	-278,230	-1,360	-65,710	12,495	790,680	-1,098	-68,707
	l/2	-8,811	-432,969	-1,307	-62,704	18,039	1160,952	-2,584	-169,184
15,04	l/3	-8,384	-413,536	-1,996	-98,668	18,180	1177,415	-1,501	-96,122
	l/2	-12,892	-644,453	-1,891	-92,968	26,386	1728,776	-3,800	-251,905
20,30	l/3	-11,196	-559,258	-2,641	-132,093	24,234	1589,252	-2,118	-138,095
	l/2	-17,250	-870,291	-2,528	-125,978	35,273	2333,333	-5,095	-340,000
25,15	l/3	-13,773	-692,802	-3,251	-163,704	29,665	2897,687	-2,453	-160,884
	l/2	-21,262	-1078,199	-3,109	-156,086	43,468	2890,816	-6,289	-421,224
29,90	l/3	-16,270	-822,200	-3,876	-196,093	35,284	3443,673	-3,078	-203,401
	l/2	-25,192	-1281,857	-3,678	-185,573	51,494	3436,803	-7,459	-500,816
35,02	l/3	19,021	1006,633	-4,490	-227,911	40,965	4032,245	-3,383	-224,150
	l/2	-29,374	-1498,575	-4,346	-220,190	60,146	4025,374	-8,719	-586,531
40,33	l/3	-21,87	-1137,540	-5,12	-231,124	46,774	4639,116	-4,12	-244,626
	l/2	-33,79	-1527,180	-4,92	-222,781	69,07	4632,245	-10,02	-594,150

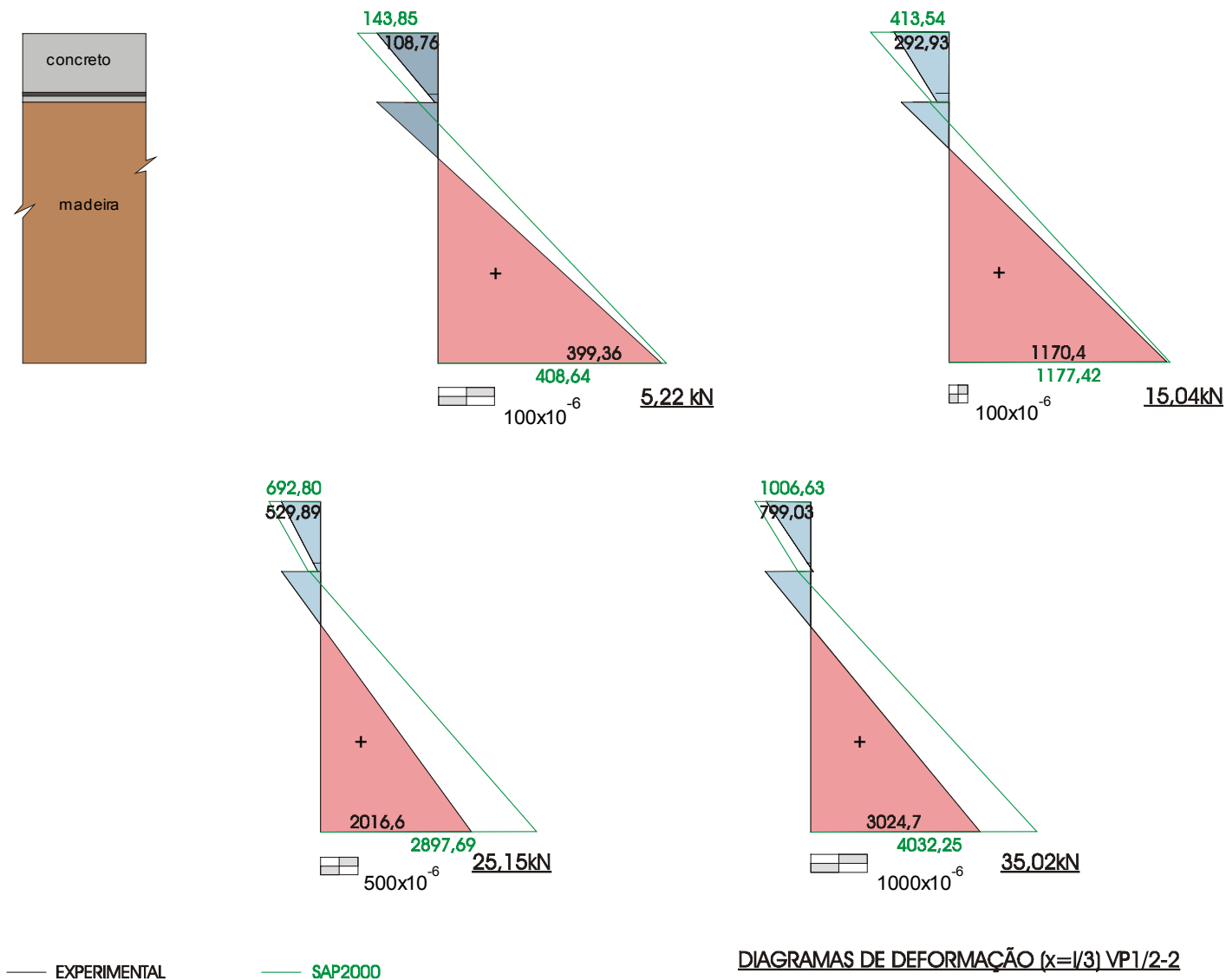


FIGURA 6.09 - Diagramas de deformação VP1/2-2

TABELA 6.08 – Tensão e deformação SAP2000

PPR -SAP									
Carga	pos	CS1		CS2		MS1		MS2	
kN		$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )
0,00	l/3	-0,448	-23,216	0,017	0,881	0,919	62,517	-0,167	-11,361
	l/2	-0,502	-26,014	0,014	0,715	1,028	69,932	-0,173	-11,769
5,45	l/3	-1,420	-50,371	0,008	-0,466	2,922	136,259	-0,453	-19,456
	l/2	-2,125	-84,106	0,382	19,081	4,145	212,041	-1,163	-67,347
10,06	l/3	-2,242	-92,968	-0,004	-1,088	4,601	250,476	-0,689	-35,510
	l/2	-3,564	-158,678	0,712	36,182	6,831	394,762	-2,081	-129,796
25,24	l/3	-4,949	-233,249	-0,035	-2,695	10,156	628,367	-1,459	-87,891
	l/2	-8,183	-398,041	1,788	91,942	15,553	988,095	-4,805	-315,102
50,25	l/3	-9,408	-464,321	-0,087	-5,389	19,309	1251,020	-2,735	-174,694
	l/2	-15,799	-792,714	3,537	182,578	29,899	1964,014	-9,391	-627,075
75,02	l/3	-13,824	-693,165	-0,138	-8,032	28,273	1860,816	-4,000	-260,748
	l/2	-23,333	-1183,137	5,287	273,265	44,310	2944,354	-13,934	-936,122
102,72	l/3	-18,785	-950,251	-0,195	-10,986	38,510	2557,211	-5,416	-357,075
	l/2	-31,763	-1619,993	7,216	373,229	60,292	4031,565	-19,005	-1281,088

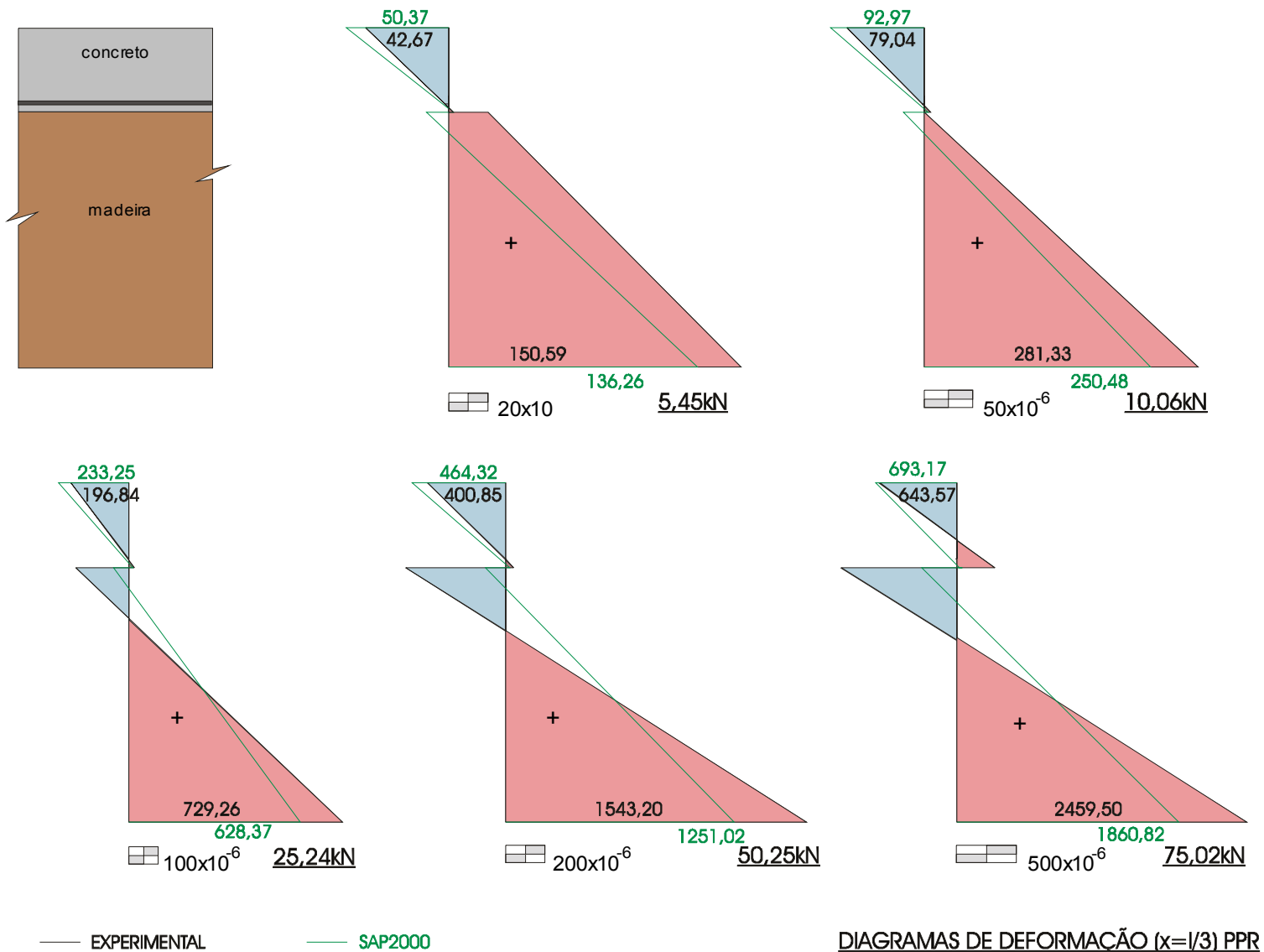


FIGURA 6.10 - Diagramas de deformação PPR

TABELA 6.09 – Tensão e deformação SAP2000

PP3/8 -SAP									
Carga	pos	CS1		CS2		MS1		MS2	
kN		$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )
0,00	l/3	-0,456	-23,631	-0,006	-0,311	0,982	66,803	-0,092	-6,259
	l/2	-0,514	-26,636	-0,009	-0,466	1,110	75,510	-0,100	-6,803
5,08	l/3	-1,413	-49,593	-0,048	-2,177	3,068	141,905	-0,156	-4,354
	l/2	-1,968	-75,348	0,096	5,441	4,107	203,878	-0,980	-59,86
10,20	l/3	-2,370	-99,186	-0,089	-4,301	5,136	282,585	-0,217	-8,503
	l/2	-3,486	-154,014	0,246	13,214	7,127	409,320	-1,079	-66,599
25,47	l/3	-5,234	-247,603	-0,214	-10,779	11,363	706,190	-0,878	-53,469
	l/2	-7,935	-384,568	0,639	33,580	16,136	1022,177	-2,544	-166,259
50,01	l/3	-9,860	-487,330	-0,416	-21,247	21,379	1387,551	-1,529	-97,755
	l/2	-15,086	-755,143	1,240	64,725	30,613	2007,007	-4,895	-326,190
75,07	l/3	-12,416	-619,785	-0,503	-25,755	31,600	2082,857	-2,405	-157,347
	l/2	-22,427	-1135,565	1,899	98,875	45,397	3012,721	-7,304	-490,068
80,09	l/3	-15,480	-778,567	-0,660	-33,891	33,837	2235,034	-2,233	-145,646
	l/2	-23,903	-1212,054	2,039	106,130	48,358	3214,150	-7,778	-522,313

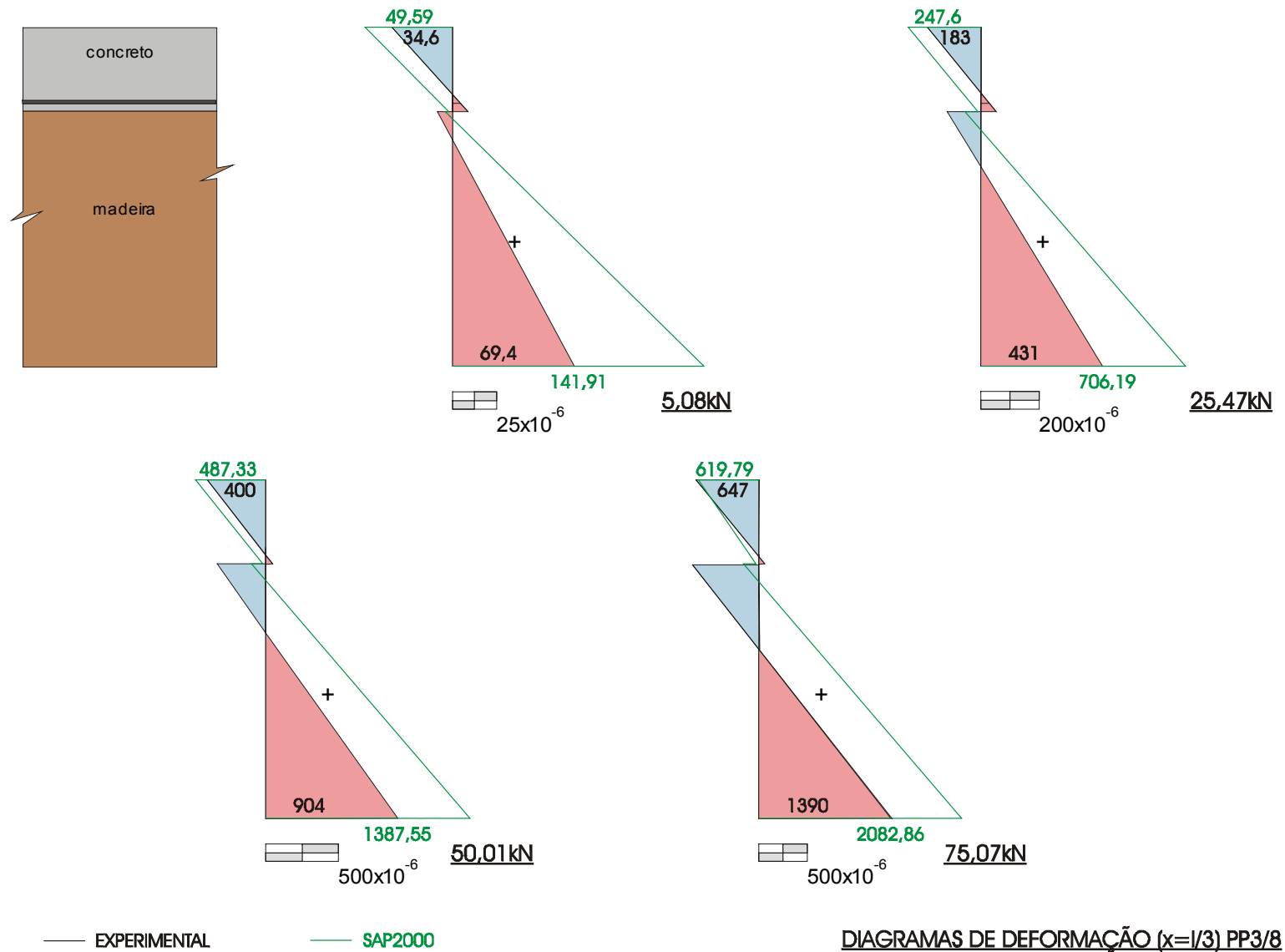


FIGURA 6.11 - Diagramas de deformação PP3/8

TABELA 6.10 – Tensão e deformação SAP2000

PP1/2 -SAP									
Carga	pos	CS1		CS2		MS1		MS2	
kN		$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )
0,00	l/3	-0,456	-23,631	-0,014	-0,726	0,978	66,531	-0,067	-4,524
	l/2	-0,513	-26,584	-0,017	-0,881	1,102	74,966	-0,078	-5,306
5,03	l/3	-1,399	-48,868	-0,061	-2,436	3,026	139,320	-0,186	-8,129
	l/2	-1,959	-74,934	0,048	3,342	3,993	196,667	-0,412	-22,721
10,06	l/3	-2,347	-97,995	-0,108	-4,871	5,050	277,007	-0,331	-17,993
	l/2	-3,404	-149,816	0,112	6,685	6,883	393,265	-0,747	-45,510
25,10	l/3	-5,163	-243,924	-0,248	-12,126	11,193	694,898	-0,663	-40,578
	l/2	-7,714	-373,167	0,293	16,065	15,526	981,224	-1,746	-113,469
50,11	l/3	-9,851	-486,863	-0,481	-24,201	21,373	1387,415	-1,261	-81,259
	l/2	-14,915	-746,334	0,608	32,388	29,899	1958,980	-3,408	-226,531
75,07	l/3	-14,534	-729,543	-0,716	-36,379	31,282	2061,497	-1,852	-121,463
	l/2	-22,089	-1118,101	0,941	49,645	44,244	2934,830	-5,067	-339,388
106,50	l/3	-20,428	-1034,980	-1,008	-51,511	44,135	2935,850	-2,605	-172,687
	l/2	-31,123	-1586,257	1,342	70,425	62,306	4163,537	-7,156	-481,497



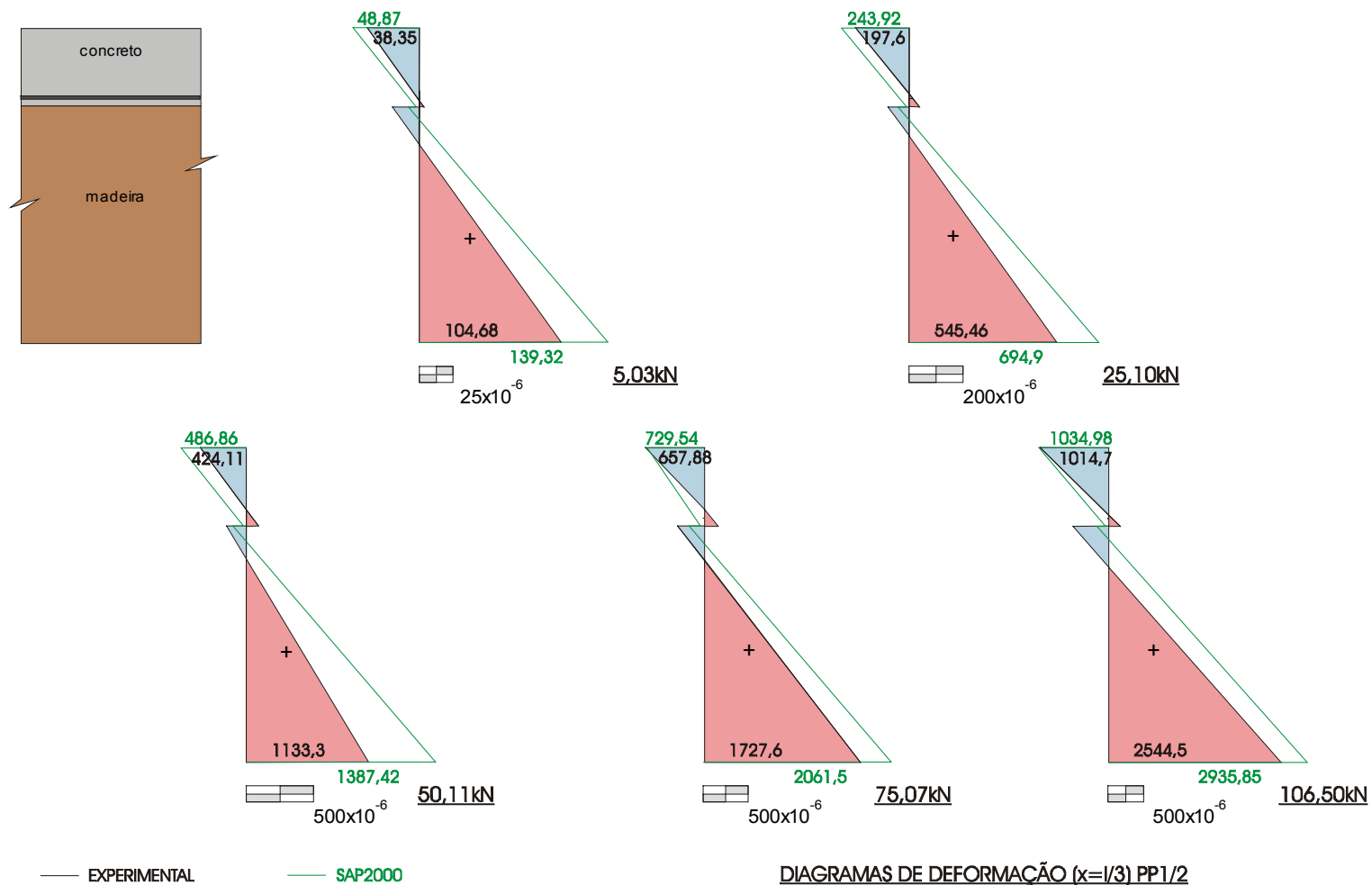


FIGURA 6.12 - Diagramas de deformação PP1/2

TABELA 6.11 – Tensão e deformação SAP2000

PRED -SAP									
Carga	pos	CS1		CS2		MS1		MS2	
kN		$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\sigma$ (MPa)	$\varepsilon$ ( $\times 10^{-6}$ )
0,00	l/3	-0,245	-12,696	0,040	2,073	0,365	24,830	-0,010	-0,680
	l/2	-0,274	-14,199	0,042	2,177	0,409	27,823	-0,010	-0,680
5,12	l/3	-1,533	-66,746	0,232	9,950	2,262	129,048	0,015	1,701
	l/2	-2,442	-112,349	0,751	36,741	3,322	198,163	-0,357	-23,605
10,24	l/3	-2,839	-134,425	0,424	19,899	4,167	258,639	0,037	3,197
	l/2	-4,602	-224,284	1,454	73,172	6,237	396,463	-0,704	-47,211
25,29	l/3	-6,609	-329,792	0,988	49,127	9,737	637,551	0,108	8,027
	l/2	-10,959	-553,713	3,543	181,427	14,801	979,048	-1,725	-116,667
49,92	l/3	-12,806	-650,930	1,900	96,388	18,864	1258,435	0,221	15,714
	l/2	-21,400	-1094,782	6,494	334,352	28,817	1932,517	-3,396	-230,340
70,04	l/3	-17,814	-910,452	2,650	135,254	26,344	1767,279	0,317	22,259
	l/2	-29,914	-1535,990	9,739	502,513	40,267	2711,429	-4,764	-323,401
73,76	l/3	-18,688	-955,744	2,789	142,457	27,599	1852,653	0,335	23,469
	l/2	-31,488	-1617,557	10,248	528,891	42,384	2855,442	-5,014	-340,408

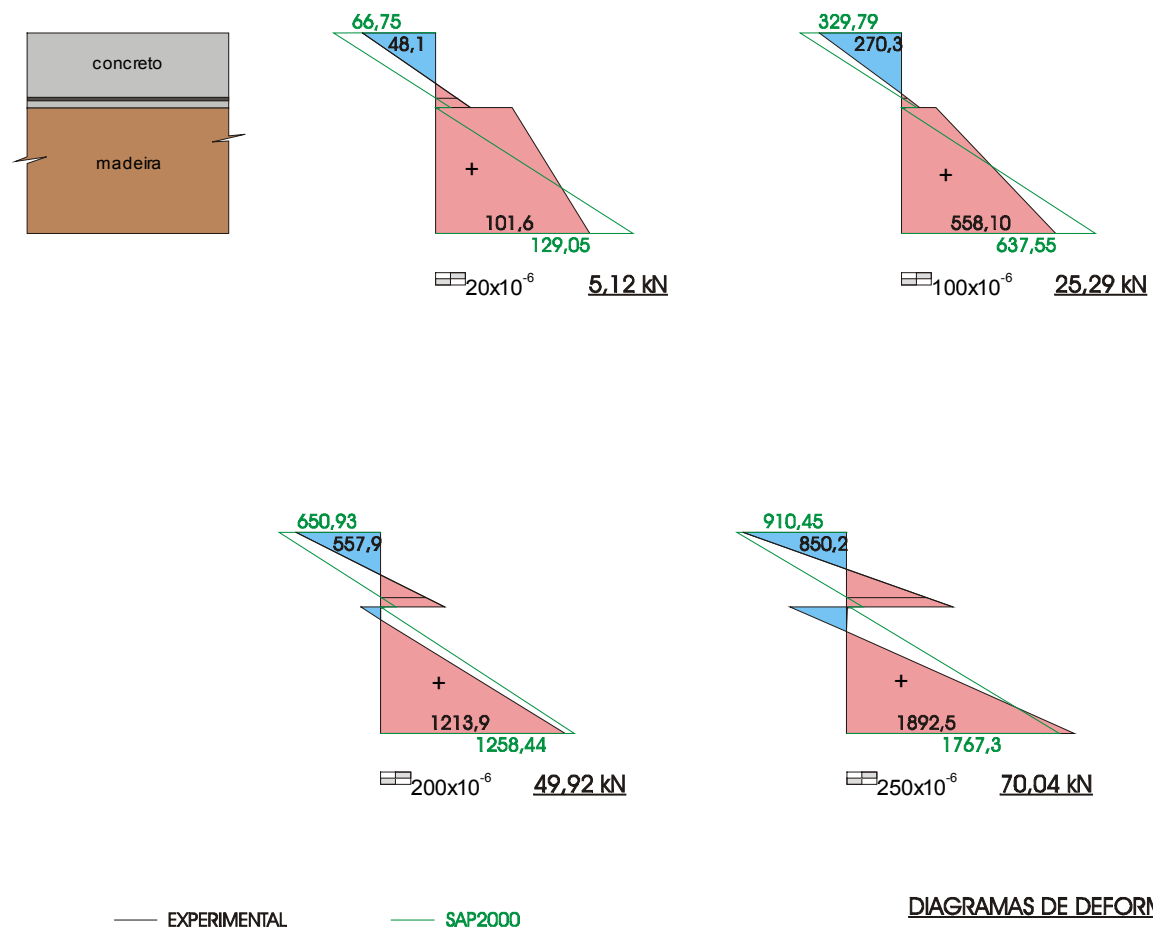


FIGURA 6.13 - Diagramas de deformação PRED

## **6.1 Avaliação dos Valores Teóricos e Experimentais das Deformações**

As comparações de resultados experimentais e de cálculo podem ser feitas à uma distância de um terço dos apoios de cada elemento estrutural, seções essas que foram instrumentadas para a aquisição das deformações.

Das tabelas e gráficos apresentados neste item, verificam-se que as melhores aproximações para as deformações foram obtidas para as vigas, conforme valores apresentados nas bordas superiores do concreto e para as bordas inferiores da madeira. Nas regiões das ligações, onde se encontram os menores valores de deformação do concreto e da madeira graças ao posicionamento da linha neutra, os resultados de cálculo variaram muito em função do método empregado. Do ponto de vista dos resultados experimentais é de se esperar que os efeitos causados pela presença dos pinos produzam dificuldades no sentido de se encontrar um modelo que possa representar as deformações na interface de ligação com um alto grau de fidelidade.

Em parte, as diferenças de resultados podem ser atribuídas às simplificações adotadas para a representação de cada um dos materiais, uma vez que para níveis maiores de tensões os materiais deixam de apresentar um comportamento próximo da elasticidade. Também contribui para essas divergências outras características intrínsecas de cada um dos materiais, como por exemplo a heterogeneidade física da madeira.

## 7 EXEMPLO DE DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS MISTAS ENSAIADAS

### 7.1 Dimensionamento da Viga VPR nas Condições de Projeto

Neste item é apresentado o dimensionamento de uma viga com as características das estruturas VPR1 e VPR2 ensaiadas em laboratório, cujo sistema de ligação entre o concreto e a madeira se fez através de pregos. Na Figura 7.01 é representada a viga em seção “T”, sendo a mesa em concreto (30 cm x 4 cm) e a alma em madeira da espécie *Cupiuba* (5 cm x 15 cm), com 300 cm de distância entre os apoios.

O método de dimensionamento segue as indicações para as estruturas compostas, seguindo o modelo do EUROCODE 5 (1993), conforme apresentado no item 3.2.4. As características dos materiais são abordadas conforme indicações das normas brasileiras NBR7190/97 e NBR6118/86.

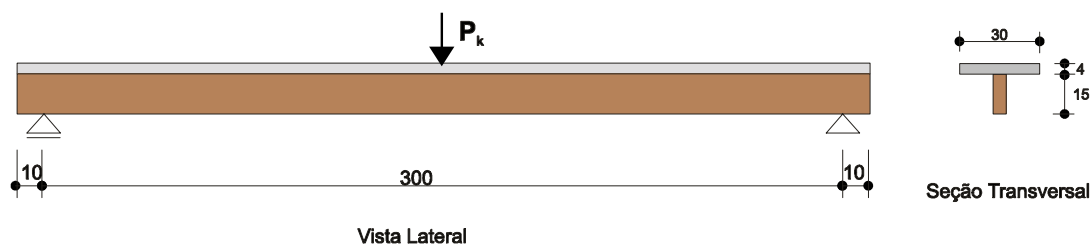


FIGURA 7.01 – Detalhes da viga VPR

### 7.1.1 Características dos Materiais

- **Madeira (umidade 12%)**

Na elaboração de projetos utilizando-se de um lote de madeira usual com propriedades obtidas da NBR7190/97, o valor da resistência característica à compressão paralela às fibras será considerado igual a 70% do valor  $f_{c0,m}$ . Esse valor é obtido da expressão de distribuição normal, Eq. 7.01, na qual se adota um coeficiente de variação de 18% em razão da não realização de experimentos de caracterização do lote de madeira.

$$f_{c0,k} = f_{c0,m} - 1,645 \cdot s_w \quad (7.01)$$

Neste exemplo de dimensionamento a resistência característica à compressão paralela às fibras foi determinada através da expressão (A2), apresentada no Anexo 2, para os resultados dos ensaios de 6 corpos-de-prova, conforme procedimento da NBR 7190/97.

$$f_{c0,k} = 36,10 \text{ MPa}$$

As demais resistências são obtidas por correlações, conforme apresentado anteriormente.

$$f_{c0,d} = K_{\text{mod}} \cdot f_{c0,k} / \gamma_c = 14,44 \text{ MPa}$$

onde: o coeficiente de modificação  $K_{\text{mod}} = 0,7 \cdot 1,0 \cdot 0,8 = 0,56$  e  $\gamma_c = 1,4$ . Os respectivos coeficientes referem-se às condições de *carregamento de longa duração, classe de umidade 1 e madeira serrada de 2ª categoria*, respectivamente.

$$f_{t0,k} = f_{c0,k} / 0,77 = 46,88 \text{ MPa}$$

$$f_{t0,d} = 0,56 \cdot 46,88 / 1,8 = 14,59 \text{ MPa}$$

$$f_{e0,d} = f_{c0,d} = 14,44 \text{ MPa}$$

$$f_{v0,k} = 0,12 \cdot f_{c0,k} = 4,33 \text{ MPa}$$

$$f_{v0,d} = 0,56 \cdot 4,33 / 1,8 = 1,35 \text{ MPa}$$

O módulo de elasticidade de elasticidade efetivo, para a umidade padrão de 12%, é obtido do valor médio de ensaio, e modificado pelo coeficiente  $K_{\text{mod}}$ :

$$E_{c0,ef} = K_{\text{mod}} \cdot E_{c0,m} = 0,56 \cdot 8670 = 4855,2 \text{ MPa}$$

- **Concreto:**

Resistências média e característica à compressão:

$$f_{cm} = 22,05 \text{ MPa}$$

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,65 s_d = 22,05 - 1,65 \cdot 4,0 = 15,45 \text{ MPa}$$

O valor da resistência média à compressão foi obtida através de ensaios de corpos-de-prova e o valor do desvio padrão foi adotado igual à 4,0, valor este indicado pela NBR 6118/82 para as obras com controle rigoroso.

O módulo de deformação longitudinal obtido da secante à curva de ensaio de corpos-de-prova à compressão axial, resultou igual à:

$$E_c = 19297 \text{ MPa}.$$

- **Conectores:**

Pregos 24 x 60 (diâmetro 6,525 mm). A tensão de escoamento igual à 600 MPa é estabelecida pela NBR7190/97 para os pregos de uso estrutural.

### 7.1.2 Ações e Parâmetros de Cálculo

Para efeito de cálculo, serão consideradas uma carga uniformemente distribuída que corresponde ao peso próprio da viga  $q = 0,36 \text{ N/mm}$ , e uma carga concentrada  $P_k$ , também permanente aplicada no meio do vão.

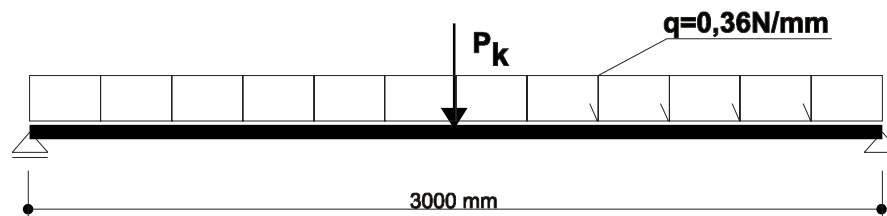


FIGURA 7.02 – Esquema estático da VPR

TABELA 7.01 – Parâmetros das etapas de cálculo (VPR)

	Concreto	Madeira (lote 2)
Seção (mm <sup>2</sup> )	12000	7500
Inércia (mm <sup>4</sup> )	1,6 · 10 <sup>6</sup>	14,063 · 10 <sup>6</sup>
<i>Estado Limite de Utilização <math>K_{serv} = 14427 \text{ N/mm}</math></i>		
$y_c, y_w$	$y_c = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_c A_c s}{K_{serv} \cdot l^2} \right]^{-1} = 0,532$	$y_w = 1,00$
$a_c, a_w \text{ (mm)}$	$a_c = \frac{(h_c + h_w)}{2} - a_w = 21,67$	$a_w = \frac{y_c E_c A_c (h_c + h_w)}{2[y_c E_c A_c + y_w E_w A_w]} = 73,33$
$(EI)_{ef} = E_c I_c + y_c E_c A_c a_c^2 + E_w I_w + y_w E_w A_w a_w^2 = 3,528 \cdot 10^{11} \text{ (N.mm}^2\text{)}$		
<i>Estado Limite Último <math>K_u = 9626 \text{ N/mm}</math></i>		
$y_c, y_w$	$y_c = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_c A_c s}{K_u \cdot l^2} \right]^{-1} = 0,431$	$y_w = 1,00$
$a_c, a_w \text{ (mm)}$	$a_c = \frac{(h_c + h_w)}{2} - a_w = 25,40$	$a_w = \frac{y_c E_c A_c (h_c + h_w)}{2[y_c E_c A_c + y_w E_w A_w]} = 69,60$
$(EI)_{ef} = E_c I_c + y_c E_c A_c a_c^2 + E_w I_w + y_w E_w A_w a_w^2 = 3,399 \cdot 10^{11} \text{ (N.mm}^2\text{)}$		

### 7.1.3 Estados Limites Últimos

Considerando-se combinação normal de ações, para os Estados Limites Últimos, ELU, os valores característicos das cargas permanentes serão majorados pelo coeficiente  $\gamma_G = 1,4$ . A expressão geral para a composição de carregamento pode ser vista na NBR 8681/84 (Ações e segurança nas estruturas).



TABELA 7.02 – Esforços internos na estrutura (VPR- E.L.U.)

	Carga concentrada	Carga distribuída
Carregamento de cálculo	$1,4 \cdot P_k$	$1,4 \cdot 0,36 = 0,504 \text{ N/mm}$
Momento fletor (N.mm)	$1050 \cdot P_k$	567000
$\sigma_{c,d} = y_c E_c a_c \frac{M_d}{(EI)_{ef}} \text{ (MPa)}$	$6,526 \cdot 10^{-4} \cdot P_k$	0,352
$\sigma_{mc,d} = 0,5 E_c h_c \frac{M_d}{(EI)_{ef}} \text{ (MPa)}$	$1,192 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,644
$\sigma_{w,d} = y_w E_w a_w \frac{M_d}{(EI)_{ef}} \text{ (MPa)}$	$1,044 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,564
$\sigma_{mw,d} = 0,5 E_w h_w \frac{M_d}{(EI)_{ef}} \text{ (MPa)}$	$1,125 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,607
$V_k \text{ (N)}$	$0,5 \cdot P_k$	540
$F_{l,d} = \frac{y_c E_c A_c a_c s V_d}{(EI)_{ef}} \text{ (N)}$	$0,186 \cdot P_k$	201,4
$\tau_{max,d} = 0,5 E_w b_w h^2 \frac{V_d}{b_w (EI)_{ef}} \text{ (MPa)}$	$0,00015 \cdot V_d$	

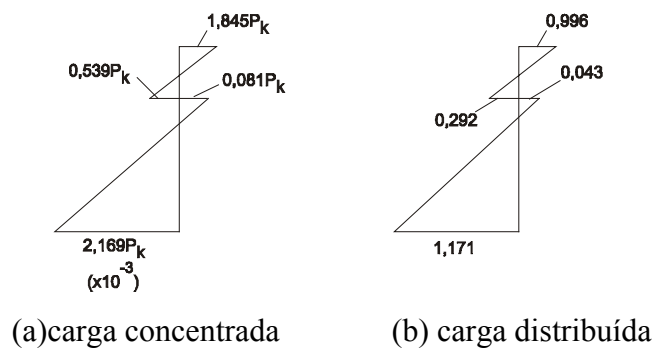


FIGURA 7.03 - Diagrama de tensões (MPa)

### 7.1.3.1 Determinação da Máxima Carga Concentrada a ser Aplicada na Viga

A carga máxima a ser aplicada na viga será determinada das condições de segurança, impondo-se que as solicitações de cálculo sejam menores ou iguais à resistências de cálculo.

$$S_d \leq R_d$$

- Madeira borda superior:

$$\sigma_{mw,d} - \sigma_{w,d} \leq f_{c0,d}$$

$$0,081 \cdot 10^{-3} \cdot P_k + 0,043 \leq 14,44$$

$$P_k \leq 177740,7 \text{ N}$$

- Madeira borda inferior:

$$\sigma_{w,d} + \sigma_{mw,d} \leq f_{t0,d}$$

$$2,169 \cdot 10^{-3} \cdot P_k + 1,171 \leq 14,59$$

$$P_k \leq 6186,7 \text{ N}$$

- Concreto borda superior:

$$\sigma_{c,d} + \sigma_{mc,d} \leq 0,85 \cdot f_{cd}$$

$$1,845 \cdot 10^{-3} \cdot P_k + 0,996 \leq 0,85 \cdot (15,45/1,4)$$

$$P_k \leq 4544,4 \text{ N}$$

- Concreto borda inferior:

A posição da linha neutra é determinada do diagrama de tensões para uma carga de valor 4544,4 N.

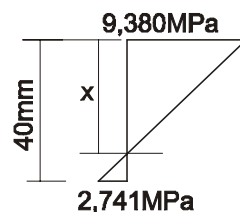


FIGURA 7.04 – Posição da linha neutra no elemento de concreto

Em razão da linha neutra estar posicionada bem próxima ao fundo da laje ( $x = 31 \text{ mm}$ ), e adotando um cobrimento de 5 mm para as barras de aço, a tensão na armadura será próxima à zero. Por este motivo, deve-se empregar uma armadura mínima de área igual à:

$$A_{s,\min} = (0,15\%) \cdot b_w \cdot h = (0,15\%) \cdot 30 \cdot 4 = 0,18 \text{ cm}^2$$

- **Verificação dos conectores:**

**Pregos (corte):**

$$R_{1,d} \leq 0,8 \cdot f_y \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4 \cdot \gamma_m} \quad (3.40)$$

$$R_{1,d} = 0,8 \cdot 600 \cdot \frac{\pi (6,525)^2}{4 \cdot 1,25} = 12840 \text{ N}$$

**Concreto (compressão localizada):**

$$R_{1,d} \leq 0,23 \cdot \phi^2 \sqrt{f_{cc} \cdot \frac{E_c}{\gamma_m}} \quad (3.41)$$

$$R_{1,d} = 0,23 \cdot (6,525)^2 \sqrt{15,45 \cdot \frac{19297}{1,25}} = 4782,4 \text{ N}$$

**madeira (embutimento):**

$$R_{1,d} \leq 1,5 \sqrt{2 \cdot \frac{M_{y,k}}{\gamma_m} f_{e0,d} \cdot \phi} \quad (3.42)$$

$$R_{1,d} = 1,5 \sqrt{2 \cdot \frac{22224,48}{1,15} \cdot 14,44 \cdot 6,525} = 2862,5 \text{ N}$$

Dentre os três últimos valores tem-se que o embutimento é o limitante para o sistema de ligação.

$$F_{1d} \leq R_{1,d}$$

$$201,4 + 0,186 \cdot P_k \leq 2862,5$$

$$P_k \leq 14307 \text{ N}$$

- **Cortante na peça de madeira:**

A máxima tensão de cisalhamento é determinada pela expressão 3.24, onde considera-se que o esforço cortante será todo absorvido pela alma da viga.

$$V_d = 1,4 \cdot (P_k/2 + 540)$$

$$\tau_{d,máx} = 0,00015 \cdot V_d \leq f_{wd} = 1,35 \text{ MPa}$$

$$P_k \leq 11681,9 \text{ N}$$

#### **7.1.4 Estados Limites de Utilização**

Será determinado o valor da carga permanente estabelecendo uma flecha limite de valor igual à  $l/200$ . Como todos os carregamentos aplicados na viga são permanentes, para quaisquer das três combinações de carregamento do ELUt (combinação de longa, média ou curta duração) a carga será representada com seu valor característico.

$$\frac{5}{384} \frac{ql^4}{(EI)_{ef}} + \frac{P_k}{48} \frac{l^3}{(EI)_{ef}} \leq \frac{3000}{200}$$

Substituindo-se na expressão anterior os correspondentes valores do carregamento distribuído uniforme  $q$ , do produto de rigidez e o comprimento, obtém-se  $P_k \leq 8733 \text{ N}$

Para as condições de projeto estabelecidas neste exemplo, tem-se que o valor do máximo carregamento concentrado admissível resultou igual à 4544,4 N.

#### **7.1.5 Verificação dos Resultados para uma Viga em Madeira (5cm x 15 cm)**

O desempenho da seção transversal de 5 cm x 15 cm será verificado como uma viga onde supostamente não exista a ligação entre o concreto e a madeira, havendo portanto, além do peso

próprio da estrutura igual à 0,36 N/mm (concreto + madeira), uma carga concentrada no meio do vão.

$$I = 14062500 \text{ mm}^4$$

$$E_{c0,ef} = 4855,2 \text{ MPa}$$

$$(EI)_{ef} = 6,828 \cdot 10^{10} \text{ N.mm}^2$$

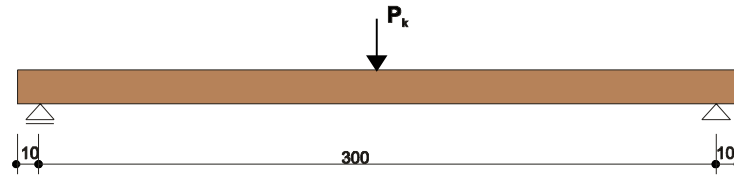


FIGURA 7.05 – Esquema estático da viga de madeira

### 7.1.5.1 Estados Limites de Utilização

Da expressão da flecha, para a viga em madeira será determinada a carga concentrada.

$$\frac{5}{384} \frac{0,36 \cdot 3000^4}{(6,828 \cdot 10^{10})} + \frac{P_k}{48} \frac{3000^3}{(6,828 \cdot 10^{10})} \leq \frac{3000}{200}$$

$$P_k \leq 2017,1 \text{ N}$$

### 7.1.5.2 Estados Limites Últimos

As tensões máximas serão encontradas nas bordas superiores e inferiores e podem ser obtidas da expressão:

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} = 1050 \cdot P_k \frac{75}{14062500} + 567000 \frac{75}{14062500} \leq 14,44$$

$$P_k \leq 2038,6 \text{ N}$$

Assim, para a situação de uma viga de somente madeira sem o sistema de conexão entre mesa e alma, a flecha seria uma condição limitante para o carregamento. Com isso, pode-se

concluir que ainda é possível elevar a capacidade da viga mista pelo uso de um concreto de resistência superior ao utilizado.

## 7.2 Dimensionamento do Pannel PPR para as Condições de Projeto

Para o dimensionamento de um pannel constituído por nervuras, deve-se considerar uma seção “T”, para a qual uma parte da laje e uma nervura irão constituir uma mesa da seção transversal a ser considerada conforme indicações da NBR 6118/82.

Na Figura 7.06, tem-se a representação da seção “T” a ser considerada no dimensionamento do pannel. No caso de pannel contendo três nervuras de madeira, a carga aplicada pela prensa hidráulica será dividida por três cargas iguais, de tal forma que à viga a ser verificada será aplicado um terço do valor correspondente à cada nível carregamento alcançado no ensaio. Essa consideração fez-se em razão do uso de um perfil metálico posicionado na direção transversal do pannel.

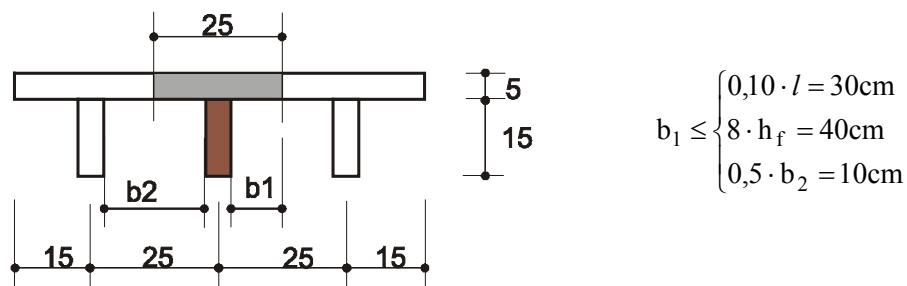


FIGURA 7.06 – Representação da largura efetiva da laje

As peças de madeira utilizada correspondem ao lote 1, com as propriedades características e de projeto apresentadas na Tabela 7.03. As condições de projetos adotadas serão as mesmas estabelecidas para a viga VPR.

TABELA 7.03 – Propriedades dos materiais

<b>Madeira 1 (umidade 12,00%)</b>	
$f_{c0,m} = 59,59 \text{ MPa}$	
$f_{c0,k} = 57,76 \text{ MPa}$	$f_{c0,d} = 23,10 \text{ MPa}$
$f_{t0,k} = f_{c0,k}/0,77 = 75,01 \text{ MPa}$	$f_{t0,d} = 23,34 \text{ MPa}$
$f_{e0,k} = 57,76 \text{ MPa}$	$f_{e0,d} = 23,10 \text{ MPa}$
$f_{v0,k} = 0,12 \cdot f_{c0,k} = 6,93 \text{ MPa}$	$f_{v0,d} = 2,16 \text{ MPa}$
$E_{c0,m} = 14541 \text{ MPa}$	$E_{c0,ef} = 8143 \text{ MPa}$
<b>Concreto</b>	
$f_{cm} = 22,05 \text{ MPa}$	
$f_{ck} = 15,45 \text{ MPa}$	
$E_c = 19297 \text{ MPa}$	

TABELA 7.04 – Resumo dos valores das etapas de cálculo (PPR)

	Concreto	Madeira (lote 1)
Seção (mm <sup>2</sup> )	12500	7500
Inércia (mm <sup>4</sup> )	2,6 · 10 <sup>6</sup>	14,063 · 10 <sup>6</sup>
Estado Limite de Utilização K <sub>serv</sub> = 14427 N/mm		
y <sub>c</sub> , y <sub>w</sub>	0,522	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	32,66	67,34
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	5,759 · 10 <sup>11</sup>	
Estado Limite Último K <sub>u</sub> = 9626 N/mm		
y <sub>c</sub> , y <sub>w</sub>	0,421	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	37,55	62,45
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	5,461 · 10 <sup>11</sup>	

TABELA 7.05 – Resumo dos esforços internos na estrutura (PPR- E.L.U.)

	Carga concentrada	Carga distribuída
Carregamento de cálculo	$1,4 \cdot P_k$	$1,4 \cdot 0,38 = 0,532 \text{ N/mm}$
Momento fletor (N.mm)	$1050 \cdot P_k$	598500
$\sigma_{lc,d}$ (MPa)	$0,5865 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,334
$\sigma_{mc,d}$ (MPa)	$0,9276 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,529
$\sigma_{lw,d}$ (MPa)	$0,9778 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,557
$\sigma_{mw,d}$ (MPa)	$1,1743 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,669
$V_k$ (N)	$0,5 \cdot P_k$	570
Força no conector $F_{1,d}$ (N)	$0,175 \cdot P_k$	199,0
$\tau_{m\acute{a}x,d}$ (MPa)	$0,00014 \cdot V_d$	

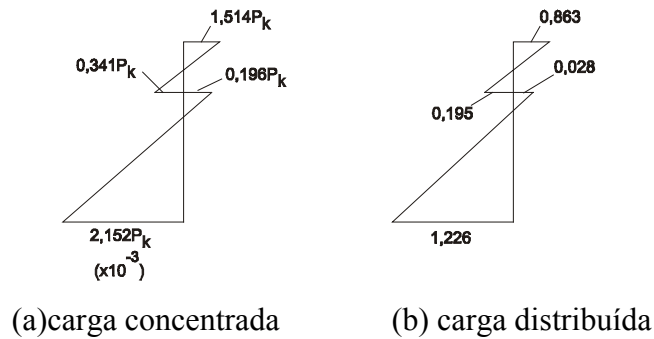


FIGURA 7.07 - Diagrama de tensões (MPa)

TABELA 7.06 – Identificação da carga limite

<ul style="list-style-type: none"> <li>Madeira: borda inferior <math>P_k \leq 10276,0 \text{ N}</math> borda superior <math>P_k \leq 117714,3 \text{ N}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Concreto: borda superior <math>P_k \leq 5665,1 \text{ N}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Ligação: parafuso <math>R_{1,d} \leq 12840 \text{ N}</math> concreto <math>R_{1,d} \leq 4782,4 \text{ N}</math> madeira <math>R_{1,d} \leq 3620,5 \text{ N}</math> (crítico p/ ligação) <math>P_k \leq 19551,5 \text{ N}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Cortante <math>P_k \leq 20900,8 \text{ N}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Flecha <math>P_k \leq 14644,8 \text{ N}</math></li> </ul>



Dos valores apresentados na Tabela 7.06, nas condições de projeto adotadas, tem-se que o valor do máximo carregamento concentrado admissível é igual à 4782,4 N.

### **7.3 Comentários sobre o Dimensionamento e Resultados de Ensaio**

Através do procedimento de cálculo adotado para se dimensionar as vigas mistas em concreto-madeira, observa-se que o valor máximo do carregamento permitido para o projeto da viga VPR é da ordem de 4,5 kN, obtido da condição de esmagamento do concreto. Esse valor de carga que atende as condições de segurança da estrutura não traria danos às vigas analisadas experimentalmente, tendo em vista que as primeiras fissuras no concreto surgiram para níveis de carregamento entre 15 kN e 20 kN.

A verificação da viga VPR, nas condições de projeto estabelecidas, permite também observar que na viga mista em concreto-madeira, o estado limite que define a máxima carga a ser aplicada foi alcançado pelo esmagamento do concreto. Já, no caso de uma viga de madeira, simulando assim a inexistência do sistema de conexão entre madeira-concreto, conforme item 7.1.5, tanto para a flecha quanto para as tensões normais na madeira obtiveram-se valores próximos para a carga máxima que define o estado limite da estrutura. Dessa maneira, dentre as vantagens inicialmente apresentadas para esse tipo de estrutura mista, firma-se o benefício da maior rigidez da estrutura mista em relação às estruturas de madeira. Com isto, torna-se perceptível a possibilidade de se elevar a capacidade de carregamento da estrutura mista empregando-se um concreto de maior resistência.

TABELA 7.07 - Cargas de ensaio e cargas previstas no dimensionamento

Estrutura (**)	Carga de ensaio (kN)		Carga máxima prevista para condições de ensaio <sup>(*)</sup> (kN)					
	E. L. Ut. (p/ v=l/200)	E. L. U.	E. L. Ut. (p/ v=l/200)	E. L. U.				
				concreto		madeira		
VPR1	15,32	25,25	13,79	21,00		33,19		
VPR2	14,70	24,21						
VP3/8-1	15,22	37,81	17,37	24,63		38,87		
VP3/8-2	15,77	36,69						
VP1/2-1	17,94	47,03	18,53	25,10		40,30		
VP1/2-2	17,08	40,33						
PPR	48,1	91,64	3 P	65,43	3 P	74,76	3 P	135,01
PP3/8	50,0	80,09		57,69		71,14		126,19
PP1/2	57,1	106,49		61,56		73,12		130,71
PRED	38,1	70,04	5 P	47,00	5 P	44,42	5 P	111,95

(\*) desenvolvimento dos cálculos é apresentado no ANEXO D.

(\*\*) em todas essas estruturas, as respectivas cargas de ruína foram registradas com a ruptura das fibras tracionadas das peças de madeira (ruptura por flexão).

Nos ensaios realizados em laboratório, as vigas VPR1 e VPR2 alcançaram cargas de ruptura de 25,25 kN e 24,21 kN, respectivamente. Embora para níveis de carregamento de 15 kN tivessem sido observadas fissuras longitudinais na direção dos conectores, em ambas as vigas, não foram notados sinais de esmagamento do concreto nas bordas superiores de suas mesas.

Através do dimensionamento, para as condições de laboratório, conforme apresentado no Anexo D, esperava-se a ruptura das vigas pelo esmagamento do concreto para um valor de carga próximo à 21,0 kN. A não consideração da plasticidade do concreto no procedimento de cálculo, certamente, pode ter contribuído para a previsão da ruptura por esmagamento do concreto para um valor de carga aquém do valor real de ruptura da viga.

No entanto, as rupturas dessas vigas ficaram caracterizadas por tração das fibras inferiores das peças de madeira. Através do dimensionamento, essa forma de ruptura da madeira

era esperada como segunda forma, o que pode ter sido uma consequência da redistribuição de tensões na estrutura, a partir do início da plastificação do concreto.

O mesmo comportamento é observado para os grupos de vigas VP3/8 e VP1/2, na Tabela 7.07, para as quais os valores das respectivas cargas de ruptura mais se aproximaram dos valores previstos para a ruptura da madeira, forma esta de ruptura que fora observada durante a realização dos ensaios.

Ainda com relação às vigas dos três grupos de conectores, pode-se notar que a previsão de carga para a flecha limite aproximou-se bastante dos valores registrados em ensaio. Esses últimos valores que se acham apresentados na Tabela 7.07, foram obtidos das respectivas curvas força x deslocamento, sendo a melhor aproximação vista para a viga VP1/2-2 com 97% do valor previsto no dimensionamento.

Nos três painéis, verificou-se que a flecha máxima de ensaio de cada uma dessas estruturas foi alcançada para um valor menor que o previsto no dimensionamento, conforme apresentado no ANEXO D, sendo a maior diferença encontrada para o painel PPR. As cargas de ruptura dos três painéis foram alcançadas para valores intermediários àqueles previstos no processo de dimensionamento, onde o primeiro material a romper seria o concreto, ou para uma carga de maior intensidade, a madeira por tração nas fibras inferiores. Assim como no caso das vigas, esse comportamento de ruptura da madeira sem que se notasse o esmagamento do concreto pode ter sido decorrente da não consideração do efeito de plasticidade do concreto no presente método de cálculo.

A ruptura do painel PP3/8 ocorreu para um carregamento de valor menor que aqueles registrados para os demais painéis, o que já era previsto do dimensionamento, uma vez que o correspondente módulo de deslizamento para esse tipo de conector também resultou menor que os demais módulos.

O painel denominado PRED também apresentou um comportamento bastante próximo ao observado nos outros três painéis, isto é, a ruptura ocorreu para uma carga de valor intermediário

aos valores determinados por cálculo, para o esmagamento do concreto e a ruptura das fibras inferiores da madeira. Esse fato mais uma vez permite concluir que o modo de ruptura da estrutura, caracterizado pela ruína da madeira, deveu-se ao efeito de redistribuição das tensões quando o concreto atinge o regime plástico.

Tendo em vista os resultados apresentados no presente método de cálculo, a previsão da carga máxima da estrutura em regime de ruptura requer a consideração dos efeitos de não-linearidade dos materiais. Esses efeitos não são considerados no presente método, em razão de que estrutura a ser executada deve atender as condições de projeto e, respeitando as condições de segurança do método dos estados limites, a carga máxima a ser aplicada na estrutura em serviço será muito inferior ao correspondente valor de ruptura. Assim como descreve a literatura sobre estas estruturas, e conforme verificado nos itens 7.1 e 7.2, nessas condições de projeto é possível dimensionar a estrutura em concreto-madeira em comportamento elástico sem que ocorra situações que comprometam o seu uso corrente.

## **8 CONCLUSÕES GERAIS E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS SOBRE ESTRUTURAS MISTAS**

Apresenta-se neste item as conclusões gerais dessa pesquisa pautadas no estado-da-arte sobre as estruturas mistas em concreto-madeira, na análise teórica do desempenho estrutural e nos resultados experimentais das vigas e painéis.

Ao final são expostas algumas sugestões para futuras pesquisas nesta área de conhecimento.

### ***Conclusões gerais:***

- o sistema de ligação rígida por adesivo epóxi pesquisado na primeira fase experimental, apresentou resultados bastante satisfatórios do ponto de vista da elevação da rigidez da estrutura, em relação ao sistema flexível por pregos 22 x 48.
- o uso de conectores metálicos do tipo prego 24 x 60, graças ao seu elevado módulo de deslizamento, apresentou resultados próximos àqueles obtidos com ligações por parafusos de diâmetros de 3/8 e 1/2 polegada, conforme os resultados analisados das vigas e dos painéis.

- dentre os modelos utilizados para determinação dos esforços e dos deslocamentos verticais nos elementos estruturais, verificou-se que a modelagem através do programa SAP2000 apresentou resultados mais distantes daqueles observados nos ensaios de laboratório. A modelagem pelo método dos elementos finitos certamente será melhorada com a utilização de um modelo que capaz de representar os efeitos da não linearidade física dos materiais.
- a determinação dos deslocamentos e dos esforços internos através das equações diferenciais possui a vantagem de considerar para o sistema de ligação um módulo de deslizamento referente ao estado limite de utilização, e outro valor menor para os estados limites últimos da estrutura. Com esse procedimento verificaram-se as melhores aproximações entre os resultados teóricos e experimentais.
- o método de dimensionamento utilizado neste trabalho atende às condições de segurança para a elaboração de projetos de estruturas em concreto-madeira, tendo em vista que o carregamento limite de serviço de um elemento estrutural estará aquém do valor esperado em regime de ruptura. Essa margem de segurança é garantida pelos coeficientes de majoração dos carregamentos e da minoração da resistência dos materiais. Numa análise mais rigorosa das estruturas, principalmente em regime de ruptura, deve-se considerar os efeitos da não-linearidade dos materiais, como por exemplo a plasticidade do concreto.
- diferentemente de uma estrutura executada apenas em madeira, através do processo de dimensionamento e verificação estrutural desenvolvido para a viga VPR, nota-se que na estrutura mista em concreto-madeira a flecha pode deixar de ser a condição principal limitante para o carregamento. Isso se deve à grande rigidez apresentada pela seção mista que no caso da flecha limite, resultou numa carga 4 vezes superior àquela prevista para a seção de madeira estudada.

- o surgimento das fissuras longitudinais nas mesas das vigas, observadas para níveis de carga levemente superiores ao valor que define o estado limite de utilização, não implicaram na redução imediata de capacidade suporte dos elementos estruturais. Tais fissuras originaram-se para carregamentos bem superiores àqueles previstos para as condições de projeto, conforme visto no exemplo de dimensionamento da viga VPR e do painel PPR. Ainda que tais fissuras não causem a redução da capacidade suporte da estrutura, certamente sua presença com o tempo comprometerá o sistema de ligação e a armadura da mesa por oxidação.
- nos painéis propostos para atuarem como placas de pisos, observou-se a inexistência de fissuras longitudinais a cada nível de carregamento que precedeu a ruptura de cada um dos painéis, o que pode ser atribuído ao comportamento de placa dessas estruturas e, também, pelo maior recobrimento adotado para os três tipos de conectores.
- a ruptura das vigas com sistemas de ligação por epoxi sem que as mesmas apresentassem grandes deformações, caracterizou ruína desavisada.
- a utilização do adesivo epóxi requer cuidados especiais, principalmente pela razão do produto possuir em torno de 30 minutos de “pot-life”. A cada unidade de comprimento de viga ensaiada, o custo do material epoxi foi aproximadamente 6,5 vezes maior que o outro sistema de ligação (pregos 22 x 48).
- o sistema de ligação por pregos 24 x 60, além de oferecer maior facilidade para a sua instalação nas peças de madeira, também possui um custo comercial por unidade de aproximadamente 3 a 4 vezes menor que os parafusos sextavados de diâmetros de 3/8” e 1/2”.
- tanto as vigas quanto os painéis com sistemas de ligações por parafusos de 3/8” e 1/2” e pregos 24 x 60 mostraram-se bastante eficientes, consoantes com os objetivos inicialmente propostos, evidenciando-se a atuação mecânica desses tipos de elementos estruturais em diversas construções. Sob esta ótica, pode-se aplicar esses painéis em estruturas de concreto-madeira para pisos, passarelas e pequenas pontes.

- os benefícios da pré-fabricação foram verificados graças à facilidade em se moldar as peças de forma invertida, reduzindo-se dessa maneira o consumo de fôrma para a concretagem. O menor peso próprio em relação às estruturas de concreto armado é muito favorável nos trabalhos de içamento e de transporte das peças estruturais.

### ***Sugestões gerais:***

- para as futuras aplicações de estruturas mistas em concreto-madeira, é de grande importância a realização de estudos sobre os efeitos do carregamento de longa duração, tendo em vista que a literatura alerta para a ocorrência de mudança de comportamento estrutural ao longo do tempo, o que se deve a uma redistribuição das tensões sobre a seção transversal do elemento estrutural.
- em se tratando de aplicações das estruturas mistas submetidas a carregamentos acidentais móveis, como nas pontes, é de interesse realizar estudos que avaliem os efeitos dos carregamentos cíclicos, bem como dos impactos sobre a estrutura.
- é de interesse o estudo da utilização de elementos estruturais pré-moldados em concreto-madeira, visando reduzir as perdas de materiais nas construções civis, e também propiciar maior rapidez na execução dessas estruturas mistas.
- a utilização da madeira laminada colada deve ser pesquisada como forma de se vencer algumas das limitações encontradas na madeira serrada, como por exemplo as dimensões da seção transversal.



## 9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

- AHMADI, B. H., SAKA, M. P. Behavior of composite timber-concrete floors. *Journal of Structural Engineering*- ASCE, New York, n. 10, v.119, p.3111-3130. Nov. 1993.
- ALMEIDA, P. A. O., FERREIRA, C. A. T. Determinação da rigidez efetiva das vigas de madeira composta. São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1997. 18p. (Boletim Técnico 9722).
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Rio de Janeiro. *NBR6118*: Projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 1982. 76p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Rio de Janeiro. *NBR6120*: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980. 6p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Rio de Janeiro. *NBR7190*: Projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro, 1997. 107 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Rio de Janeiro. *NBR8800*: Projeto e execução de estruturas de aço de edifício. Rio de Janeiro, 1986. 200p.
- BARNARD, P. R., JOHNSON, R. P. Ultimate strength of composite beams. p.161-179. 1965.
- BJORKMAN, H., Behaviour of timber and concrete composite load-bearing structures. *Rilem TC 111 CST*, chapter 2, p.21.
- BRADFORD, M. A., GILBERT, R. I. Composite beams with partial interaction under sustained loads. *Journal of Structural Engineering*- ASCE, New York, n. 7, v.118, p.1871-1883. Jul. 1992.

- BRITISH STANDARDS INSTITUTION, BS 5400. Steel, concrete and composite bridges-part 5- Code of practice for design of composite bridges. 1979. 34p.
- CAPRETTI, S. Time dependent analysis of timber and concrete composite structures. RILEM TC 111 CST. International Symposium. Ravenna. 20 p. Jun 1992.
- CAPRETTI, S., CECCOTTI, A. Service behaviour of timber - concrete composite beams: a 5-year monitoring and testing experience. In INTERNACIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, 1996, New Orleans. *Proceedings...* New Orleans, Oct. 1996. v.3. p.443-449.
- CECCOTTI, A. Timber-concrete composite structures. In: Timber Engineering - *STEPI*. BLASS, H. J., AUNE, P., CHOO, B.S. et al., Almere: Centrum Hout, 1995, E13, p.1-12.
- CRISINEL, M. Partial-interaction analysis of composite beams with profiled sheeting and non-welded shear connectors. *Journal of constructional steel research*, Great Britain, n.1 e 2, v.15, p. 65-98.1990.
- COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON, CEB-FIP MODEL CODE. Lausanne. 1993. 437p.
- CONSTRUÇÃO SÃO PAULO. (1998). *Editora PINI*. São Paulo, n.2716, 28/02/2000, 148p.
- DEUTSCHE INSTITUTE FUR NOURMUNG, Bilbao. *DIN 1052*: Hoja 1 - Construcciones de madera: cálculo y ejecución. Bilbao, 1973. 42 p.
- EUROPEAN PRESTANDARD, Brussels. *EUROCODE 5*: Design of timber structures - part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, 1993. 110 p.
- FINNISH NATIONAL ROAD ADMINISTRATION – FINNRA- Nordic timber bridge project. *FINNRA-FinnT<sup>2</sup>*. Finland. V.7, n.4, dec. 1999. p. 7-8.
- FOSCHI, R. O., BONAC, T. Load-slip characteristics for connections with common nails. *Wood Sci.*, n.9, v.3, p. 118-123.

- HELENE, P. Manual para reparo, reforço e proteção de estruturas de concreto. São Paulo: Editora Pini, 2<sup>a</sup> ed. 214p. 1992.
- GALVÃO, A. P. M. (1975). Processos práticos para preservar a madeira. Piracicaba: *ESALQ-USP*, 28p. (Apostila)
- GIRHAMMAR, U. A., GOPU, V. K. A. Composite beam-columns with interlayer slip-exact analysis. *Journal of Structural Engineering- ASCE*, New York, n. 4, v.119, p.1265-1282. Apr. 1993.
- GUTKOWSKI, R. M., CHEN, T. M. Tests and analysis of mixed concrete-wood beams. In INTERNACIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, 1996, New Orleans. *Proceedings...* New Orleans, Oct. 1996. v.3, p.436-442.
- HANAI, J. B. *Construções de argamassa armada: fundamentos tecnológicos para projeto e execução*. São Paulo: Editora Pini, 186p. 1992.
- IBDF, IPT, ABPM. (1973). Preservação de madeiras. São Paulo, n.1, v.1, 123p. (Boletim Técnico)
- INTERNATIONAL STANDARD, Switzerland, *ISO 6891*: Timber structures - joints made with mechanical fasteners - general principles for the determination of strength and deformation characteristics, Switzerland, 1983. 4p.
- JOHNSON, R. P., OEHLERS, D. J. Analysis and design for longitudinal shear in composite T-beams. *Proceedings of Institution of Civil Engineers*, part 2, n.71, p. 989-1021, 1981.
- KRISTEK, V., STUDNICKA, J. Analysis of composite girders with deformable connectors. *Proceedings of Institution of Civil Engineers*, part 2, n.73, p. 699-712, 1982.
- LEONHARDT, F., MÖNNIG, E. *Construções de concreto*. Rio de Janeiro: Editora Interciência, v.2, 161p., 1979.

- LOGSDON, N. B., PARTEL, P. M. P, CALIL Jr, C. (1998) Pontes de madeira em peças roliças. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRA E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, VI, Florianópolis, Anais... Florianópolis, v.2, p. 289-300.
- MAGALHÃES, L. N., CHAHUD, E. (1998). Análise experimental de vigas “T” compostas por madeira/concreto. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRA E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, VI, Florianópolis, Anais... Florianópolis, v.2, p. 265-276.
- MALITE, M. Vigas mistas aço-concreto: ênfase em edifícios. São Carlos: *EESC-USP*, 1993. 118 p. (Apostila)
- MASCIA, N. T., BATISTA, A. M. (1996). Vigas de seção mista: chapa de aço dobrada. *Téchne*, n.25, p.26-28, nov/dez.
- MATHEMATICA* Ver. 3.0, Champaign, Il: Wolfram Research, Inc.
- MATTHIESEN, J. A. Estudo da ligação madeira-concreto com parafusos auto-atarrachantes comerciais. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRA E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, VII, São Carlos, Anais... São Carlos, Jul. 2000, CD, 10p.
- McCULLOUGH, C. B. Oregon tests on composite (timber-concrete) beams. *Journal of the American Concrete Institute- ACI*, Michigan, n.5, v.14, p. 429-440. Apr.1943.
- McCUTCHEON, W. J. Stiffness of framing members with partial composite action. *Journal of Structural Engineering- ASCE*, New York, n. 7, v.112, p.1623-1637. Jul. 1986.
- NATTERER, J., HAMM, J., FAVRE, P.A. Composite wood-concrete floors for multi-story buidings. In INTERNACIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, 1996, New Orleans. *Proceedings...* New Orleans, Oct. 1996. v.3, p. 431-435.
- NEWMARK, N. M., SIESS, C. P., VIEST, I. M. Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction. *Proceedings of Society for Experimental Stress Analysis*, v.9, n.1, p. 75-92, 1951.

- OEHLERS, D. J. Splitting induced by shear connectors in composite beams. *Journal of Structural Engineering*- ASCE, New York, n. 2, v.115, p.341-362. Feb. 1989.
- OEHLERS, D. J., JOHNSON, R. P. The strength of stud shear connections in composite beams. *The Structural Engineer*, n. 2, v.65B, p.44-48. Jun. 1987.
- OLLGAARD, J. G., SLUTTER, R. G., FISHER, J. W. Shear strength of stud connections in lightweight and normal-weight concrete. *Engineering Journal (American Institute of Steel Construction Engineering*, Michigan, n. 2, v.8, p.55-64. Apr. 1971.
- OSTLUND, L. Basic principles of the structural behaviour. RILEM TC 111 CST. Chapter 3 Theory. 14p. (s/d)
- PFEIL, W. *Estruturas de madeira*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, v.1, 295p., 1985.
- PINCUS, G. Bonded wood-concrete T-beams. *Journal of Structural Engineering*- ASCE, Michigan, n. ST10, v.95, p.2265-2279. Oct. 1969.
- PINCUS, G. Behavior of wood-concrete composite beams. *Journal of Structural Engineering*- ASCE, Michigan, n. ST10, v.96, p.2009-2019. Oct. 1970.
- RACHER, P. Mechanical timber jointes - general. In: Timber Engineering - *STEP lecture C1*. BLASS, H. J., AUNE, P., CHOO, B.S. et al., Almere: Centrum Hout, 1995, C1, p.1-10.
- RICHART, F. E., WILLIAMS Jr, C. B. Tests of composite timber-concrete beams. *Journal of the American Concrete Institute*, Michigan, n. 14, v.4, p. 253-276. 1943.
- ROAD AND TRAFFIC AUTHORITY OF NSW. Maria river bridge. Australia. <http://oak.arch.utas.edu.au/projects/aus/307/maria.html> (08/02/2001).
- SAP2000 Ver. 7.0, Berkeley, California: Computers and Structures, Inc.

- SANTANA, C. L. O. *Vigas de madeira de seção composta com alma em chapa de compensado*. Campinas: Faculdade de Engenharia Civil da Unicamp, 1997. 201p. (Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas).
- SIESS, C. P. Composite construction for I-beam bridges. *Proceedings of American Society Civil Eng.*, v.74, p. 331-353, 1948.
- SORIANO, J., DINTEN, C. M., TACITANO, M., MASCIA, N. T., PINTO JÚNIOR, N. O. Análise teórico-experimental de uma viga “T” em concreto-madeira. In ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 6, 1998, Florianópolis. *Anais...* Florianópolis, Jul. 1998. v.4, p.283-294.
- SORIANO, J. , MASCIA, N. T. (1999). Estruturas mistas em concreto e madeira em pontes. *Téchne*, n.42, p.48-50, set/out.
- SOUZA, A. J., CHAHUD, E. (1998). Análise elasto-plástica de conectores em corpos de prova de cisalhamento via método dos elementos finitos. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRA E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, VI, Florianópolis, *Anais...* Florianópolis, v.2, p. 371-381.
- SOUZA A. J., CHAHUD, E. MAGALHÃES, L. N. Estudo da correlação entre o comportamento de corpos de prova de cisalhamento e vigas compostas madeira/concreto. In ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 6, 1998, Florianópolis. *Anais...* Florianópolis, Jul. 1998. v.4, p.277-285.
- SOUZA NETO, A. S., LAVALL, A. C.C. et al (2000) Capacidade de carregamento de lajes mistas aço-concreto com ancoragem de extremidade In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, XXIX, Punta del Este, *Anais...* Punta del Este, Nov. 2000, CD, 16p.
- STEVANOVIC, B. Elastically coupled timber-concrete beams. In INTERNACIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, 1996, New Orleans. *Proceedings...* New Orleans, Oct. 1996. v.3. p.425-430.

- STÜSSI, F. Composed beams. International Association for Bridge and Structural Engineering. Zurich. v.8. p.249-269. 1947.
- TACITANO, M. *Análise teórica de vigas de seção T em madeira-concreto com ligações semi-rígida por pregos*. Campinas: Faculdade de Engenharia Civil da Unicamp, 2000. 233p. (Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas).
- TARANTINO, A. M., DEZI, L. Creep effects in composite beams with flexible shear connectors. *Journal of Structural Engineering- ASCE*, New York, n. 8, v.118, p.2063-2081. Aug. 1992.
- THIMOSHENKO, S. P., GERE, J. E. *Mecânica dos sólidos*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, v.1, 256p., 1960.
- UNESP RURAL. (1998). Tratamento prolonga a vida útil e dá mais beleza às madeiras. *Revista Unesp Rural*. Jaboticabal, n.10, p.9-13.
- VASCONCELOS, A. C. O concreto no Brasil: Recorde, Realizações, Histórias. Instituto Brasileiro do Concreto, São Paulo, 1985.
- WHEAT, D. L., CALIXTO, J. M. Nonlinear analysis of two-layered wood members with interlayer slip. *Journal of Structural Engineering- ASCE*, Michigan, n. 6, v.120, p.1909-1929. Jun. 1994.
- WHELAND, H., WILHELM, J., PIAZZA, M. et al. Timber-concrete composite load-bearing structures design simplified rules. p.11.
- WILKINSON, T. L. Analysis of nailed joints with dissimilar members. *Journal of Structural Engineering- ASCE*, Michigan, n. ST9, v.98, p.2005-2013. Sep. 1972.
- WRIGHT, H. D. The deformation of composite beams with discrete flexible connection. *Journal of constructional steel research*, Great Britain, n.1 e 2, v.15, p. 49-64.1990.
- YTTRUP, P. J.; NOLAN, G. (1999), Performance of Timber Beam Bridges in Tasmania, Australia. <http://oak.arch.utas.edu.au> (19/03/1999).





## 10 BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

- AHMADI, B. H., SAKA, M. P. Behavior of composite timber-concrete floors. *Journal of Structural Engineering*- ASCE, New York, n. 10, v.119, p.3111-3130. Nov. 1993.
- ALMEIDA, P. A. O., FERREIRA, C. A. T. Determinação da rigidez efetiva das vigas de madeira composta. São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1997. 18p. (Boletim Técnico 9722).
- ANSOURIAN, P., RODERICK, J. W. Analysis of composite beams. *Proceedings of the american society of civil engineers*. N. York, ST10, v. 104, p.1631-1645. Oct. 1978.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Rio de Janeiro. *NBR6118*: Projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 1982. 76p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Rio de Janeiro. *NBR6120*: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980. 6p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Rio de Janeiro. *NBR7190*: Projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro, 1997. 107 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Rio de Janeiro. *NBR8800*: Projeto e execução de estruturas de aço de edifício. Rio de Janeiro, 1986. 200p.
- BARNARD, P. R., JOHNSON, R. P. Ultimate strength of composite beams. p.161-179. 1965.
- BATISTA, A. M. *Um estudo sobre as vigas de seção mista em chapa de aço e em madeira serrada*. Campinas: Faculdade de Engenharia Civil da Unicamp, 1996. 207p. (Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas).

- BJORKMAN, H., Behaviour of timber and concrete composite load-bearing structures. *Rilem TC 111 CST*, chapter 2, p.21.
- BRADFORD, M. A., GILBERT, R. I. Composite beams with partial interaction under sustained loads. *Journal of Structural Engineering- ASCE*, New York, n. 7, v.118, p.1871-1883. Jul. 1992.
- BRENDEL, G. Strength of the compression slab of T-beams subject to simple bending. *Journal of the American Concrete Institute*, Detroit, n. 1, v. 61. p. 57-75. Jan. 1964.
- BRITISH STANDARDS INSTITUTION, BS 5400. Steel, concrete and composite bridges-part 5- Code of practice for design of composite bridges. 1979. 34p.
- BROSNAN, D. P., UANG, C. M. Effective width of composite L-beams in buildings. *Engineering Journal*, Chicago. N. 2, v. 32, p. 73-80. 1995.
- CAPRETTI, S. Time dependent analysis of timber and concrete composite structures. RILEM TC 111 CST. International Symposium. Ravenna. 20 p. Jun 1992.
- CAPRETTI, S., CECCOTTI, A. Service behaviour of timber - concrete composite beams: a 5-year monitoring and testing experience. In INTERNACIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, 1996, New Orleans. *Proceedings...* New Orleans, Oct. 1996. v.3. p.443-449.
- CARRASCO, E. V. M., OLIVEIRA, S. V. Contribuição ao estado da arte das vigas compostas madeira/concreto. In ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 6, 1998, Florianópolis. *Anais...* Florianópolis, Jul. 1998. v.4, p.253-264.
- CECCOTTI, A. Timber-concrete composite structures. In: Timber Engineering - *STEPI*. BLASS, H. J., AUNE, P., CHOO, B.S. et al., Almere: Centrum Hout, 1995, E13, p.1-12.
- CRISINEL, M. Partial-interaction analysis of composite beams with profiled sheeting and non-welded shear connectors. *Journal of constructional steel research*, Great Britain, n.1 e 2, v.15, p. 65-98.1990.

- COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON, CEB-FIP MODEL CODE. Lausanne. 1993. 437p.
- CONSTRUÇÃO SÃO PAULO. (1998). *Editora PINI*. São Paulo, n.2716, 28/02/2000, 148p.
- DEUTSCHE INSTITUTE FUR NOURMUNG, Bilbao. *DIN 1052*: Hoja 1 - Construcciones de madera: cálculo y ejecución. Bilbao, 1973. 42 p.
- EUROPEAN PRESTANDARD, Brussels. *EUROCODE 2*: Design of concrete structures - part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, 1992. 253 p.
- EUROPEAN PRESTANDARD, Brussels. *EUROCODE 5*: Design of timber structures - part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, 1993. 110 p.
- FINNISH NATIONAL ROAD ADMINISTRATION – FINNRA- Nordic timber bridge project. *FINNRA-FinnT<sup>2</sup>*. Finland. V.7, n.4, dec. 1999. p. 7-8.
- FOSCHI, R. O., BONAC, T. Load-slip characteristics for connections with common nails. *Wood Sci.*, n.9, v.3, p. 118-123.
- HELENE, P. Manual para reparo, reforço e proteção de estruturas de concreto. São Paulo: Editora Pini, 2<sup>a</sup> ed. 214p. 1992.
- GALVÃO, A. P. M. (1975). Processos práticos para preservar a madeira. Piracicaba: *ESALQ-USP*, 28p. (Apostila)
- GIRHAMMAR, U. A., GOPU, V. K. A. Composite beam-columns with interlayer slip-exact analysis. *Journal of Structural Engineering- ASCE*, New York, n. 4, v.119, p.1265-1282. Apr. 1993.
- GUTKOWSKI, R. M., CHEN, T. M. Tests and analysis of mixed concrete-wood beams. In INTERNACIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, 1996, New Orleans. *Proceedings...* New Orleans, Oct. 1996. v.3, p.436-442.

- HANAI, J. B. *Construções de argamassa armada: fundamentos tecnológicos para projeto e execução*. São Paulo: Editora Pini, 186p. 1992.
- HOFFMEYER, P. Wood as a building material. *STEPI*. BLASS, H. J., AUNE, P., CHOO, B.S. et al., Almere: Centrum Hout, 1995, E1, p.1-21.
- HOYLE Jr, R. J. Design of composite beams. *Journal of Materials Education*. Madison, n. 6, v. 6, p. 927-1026. 1984.
- IBDF, IPT, ABPM. (1973). *Preservação de madeiras*. São Paulo, n.1, v.1, 123p. (Boletim Técnico)
- INTERNATIONAL STANDARD, Switzerland, *ISO 6891*: Timber structures - joints made with mechanical fasteners - general principles for the determination of strength and deformation characteristics, Switzerland, 1983. 4p.
- JOHNSON, R. P., OEHLERS, D. J. Analysis and design for longitudinal shear in composite T-beams. *Proceedings of Institution of Civil Engineers*, part 2, n.71, p. 989-1021, 1981.
- KRISTEK, V., STUDNICKA, J. Analysis of composite girders with deformable connectors. *Proceedings of Institution of Civil Engineers*, part 2, n.73, p. 699-712, 1982.
- LEONHARDT, F., MÖNNIG, E. *Construções de concreto*. Rio de Janeiro: Editora Interciência, v.2, 161p., 1979.
- LOGSDON, N. B., PARTEL, P. M. P, CALIL Jr, C. (1998) Pontes de madeira em peças roliças. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRA E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, VI, Florianópolis, Anais... Florianópolis, v.2, p. 289-300.
- MAGALHÃES, L. N. Vigas compostas madeira/concreto. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 1997. 123 p. (Dissertação de Mestrado em Engenharia de Estruturas).

- MAGALHÃES, L. N., CHAHUD, E. (1998). Análise experimental de vigas “T” compostas por madeira/concreto. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRA E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, VI, Florianópolis, Anais... Florianópolis, v.2, p. 265-276.
- MALITE, M. Vigas mistas aço-concreto: ênfase em edifícios. São Carlos: *EESC-USP*, 1993. 118 p. (Apostila)
- MASCIA, N. T., BATISTA, A. M. (1996). Vigas de seção mista: chapa de aço dobrada. *Téchne*, n.25, p.26-28, nov/dez.
- MATHEMATICA* Ver. 3.0, Champaign, IL: Wolfram Research, Inc.
- MATTHIESEN, J. A. Estudo da ligação madeira-concreto com parafusos auto-atarrachantes comerciais. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRA E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, VII, São Carlos, Anais... São Carlos, Jul. 2000, CD, 10p.
- McCULLOUGH, C. B. Oregon tests on composite (timber-concrete) beams. *Journal of the American Concrete Institute- ACI*, Michigan, n.5, v.14, p. 429-440. Apr.1943.
- McCUTCHEON, W. J. Stiffness of framing members with partial composite action. *Journal of Structural Engineering- ASCE*, New York, n. 7, v.112, p.1623-1637. Jul. 1986.
- NATTERER, J., HAMM, J., FAVRE, P.A. Composite wood-concrete floors for multi-story buildings. In INTERNACIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, 1996, New Orleans. *Proceedings...* New Orleans, Oct. 1996. v.3, p. 431-435.
- NAVI, P., MARTENSSON, A. Time and environmental dependent behaviour. RILEM TC 111 CST. Chapter 3. 36p. (s/d)
- NEWMARK, N. M., SIESS, C. P., VIEST, I. M. Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction. *Proceedings of Society for Experimental Stress Analysis*, v.9, n.1, p. 75-92, 1951.

- NOLAN, G. (1999), Experience with concrete overlayed bridges in Tasmania, Australia. <http://oak.arch.utas.edu.au> (19/03/1999).
- OEHLERS, D. J. Splitting induced by shear connectors in composite beams. *Journal of Structural Engineering*- ASCE, New York, n. 2, v.115, p.341-362. Feb. 1989.
- OEHLERS, D. J., JOHNSON, R. P. The strength of stud shear connections in composite beams. *The Structural Engineer*, n. 2, v.65B, p.44-48. Jun. 1987.
- OLLGAARD, J. G., SLUTTER, R. G., FISHER, J. W. Shear strength of stud connectors in lightweight and normal-weight concrete. *Engineering Journal (American Institute of Steel Construction Engineering*, Michigan, n. 2, v.8, p.55-64. Apr. 1971.
- OSTLUND, L. Basic principles of the structural behaviour. RILEM TC 111 CST. Chapter 3 Theory. 14p. (s/d)
- PFEIL, W. *Estruturas de madeira*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, v.1, 295p., 1985.
- PINCUS, G. Bonded wood-concrete T-beams. *Journal of Structural Engineering*- ASCE, Michigan, n. ST10, v.95, p.2265-2279. Oct. 1969.
- PINCUS, G. Behavior of wood-concrete composite beams. *Journal of Structural Engineering*- ASCE, Michigan, n. ST10, v.96, p.2009-2019. Oct. 1970.
- POPOV, E. P. *Introdução à mecânica dos sólidos*. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 521p. 1913.
- RACHER, P. Mechanical timber jointes - general. In: Timber Engineering - *STEP lecture C1*. BLASS, H. J., AUNE, P., CHOO, B.S. et al., Almere: Centrum Hout, 1995, C1, p.1-10.
- RICHART, F. E., WILLIAMS Jr, C. B. Tests of composite timber-concrete beams. *Journal of the American Concrete Institute*, Michigan, n. 14, v.4, p. 253-276. 1943.

- ROAD AND TRAFFIC AUTHORITY OF NSW. Maria river bridge. Australia.  
<http://oak.arch.utas.edu.au/projects/aus/307/maria.html> (08/02/2001).
- SAP2000 Ver. 7.0, Berkeley, California: Computers and Structures, Inc.
- SANTANA, C. L. O. *Vigas de madeira de seção composta com alma em chapa de compensado*. Campinas: Faculdade de Engenharia Civil da Unicamp, 1997. 201p. (Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas).
- SIESS, C. P. Composite construction for I-beam bridges. *Proceedings of American Society Civil Eng.*, v.74, p. 331-353, 1948.
- SORIANO, J., DINTEN, C. M., TACITANO, M., MASCIA, N. T., PINTO JÚNIOR, N. O. Análise teórico-experimental de uma viga “T” em concreto-madeira. In ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 6, 1998, Florianópolis. *Anais...* Florianópolis, Jul. 1998. v.4, p.283-294.
- SORIANO, J. , MASCIA, N. T. (1999). Estruturas mistas em concreto e madeira em pontes. *Téchne*, n.42, p.48-50, set/out.
- SORIANO, J., MASCIA, N. T. Comportamento mecânico de ligações flexíveis em vigas mistas de concreto-madeira. In *Proc. Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira*, CD 10p. São Carlos, Jul. 2000.
- SORIANO, J., NICOLAS, E. A., N. T. MASCIA.. Estudo experimental dos sistemas de ligações rígida e semi-rígida para as estruturas em concreto-madeira. In *Proc. 29 Jornadas Sudamericanas De Ingenieria Estructural Congress*, CD 12p. Punta del Este, nov. 2000.
- SOUZA, A. J., CHAHUD, E. (1998). Análise elasto-plástica de conectores em corpos de prova de cisalhamento via método dos elementos finitos. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRA E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, VI, Florianópolis, *Anais...* Florianópolis, v.2, p. 371-381.

- SOUZA A. J., CHAHUD, E., MAGALHÃES, L. N. Estudo da correlação entre o comportamento de corpos de prova de cisalhamento e vigas compostas madeira/concreto. In ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 6, 1998, Florianópolis. *Anais...* Florianópolis, Jul. 1998. v.4, p.277-285.
- SOUZA NETO, A. S., LAVALL, A. C.C. et al (2000) Capacidade de carregamento de lajes mistas aço-concreto com ancoragem de extremidade In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, XXIX, Punta del Este, Anais... Punta del Este, Nov. 2000, CD, 16p.
- STEVANOVIC, B. Elastically coupled timber-concrete beams. In INTERNACIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, 1996, New Orleans. *Proceedings...* New Orleans, Oct. 1996. v.3. p.425-430.
- STÜSSI, F. Composed beams. International Association for Bridge and Structural Engineering. Zurich. v.8. p.249-269. 1947.
- SZÜCS, C. A. Influência da diluição do adesivo na composição das peças de madeira laminada colada. In ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 6, 1998, Florianópolis. *Anais...* Florianópolis, Jul. 1998. v.1, p.315-324.
- TACITANO, M. Análise teórica de vigas de seção T em madeira-concreto com ligações semi-rígida por pregos. Campinas: Faculdade de Engenharia Civil da Unicamp, 2000. 233p. (Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas).
- TARANTINO, A. M., DEZI, L. Creep effects in composite beams with flexible shear connectors. *Journal of Structural Engineering*- ASCE, New York, n. 8, v.118, p.2063-2081. Aug. 1992.
- THIMOSHENKO, S. P., GERE, J. E. *Mecânica dos sólidos*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, v.1, 256p., 1960.
- UNESP RURAL. (1998). Tratamento prolonga a vida útil e dá mais beleza às madeiras. *Revista Unesp Rural*. Jaboticabal, n.10, p.9-13.



- VAN DER LINDEN, M. L. R. Load-sharing in Timber-concrete composite floor. In PACIFIC TIMBER ENGINEERING CONFERENCE, 1994, Gold Coast. *Proceedings...* Gold Coast, Jul. 1994. v.3. p.318-325.
- VAN DER LINDEN, M. L. R., BLASS H. J. Timber-concrete composite floor systems. In INTERNACIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, 1996, New Orleans. *Proceedings...* New Orleans, Oct. 1996. v.3. p.309-316.
- VASCONCELOS, A. C. O concreto no Brasil: Recorde, Realizações, Histórias. Instituto Brasileiro do Concreto, São Paulo, 1985.
- WHEAT, D. L., CALIXTO, J. M. Nonlinear analysis of two-layered wood members with interlayer slip. *Journal of Structural Engineering- ASCE*, Michigan, n. 6, v.120, p.1909-1929. Jun. 1994.
- WHELAND, H., WILHELM, J., PIAZZA, M. et al. Timber-concrete composite load-bearing structures design simplified rules. p.11.
- WILKINSON, T. L. Analysis of nailed joints with dissimilar members. *Journal of Structural Engineering- ASCE*, Michigan, n. ST9, v.98, p.2005-2013. Sep. 1972.
- WRIGHT, H. D. The deformation of composite beams with discrete flexible connection. *Journal of constructional steel research*, Great Britain, n.1 e 2, v.15, p. 49-64.1990.
- YTTRUP, P. J. (1999), Concrete and timber composite construction for enhanced strength, stiffness and service life for timber bridges, Australia. <http://oak.arch.utas.edu.au> (19/03/1999).
- YTTRUP, P. J.; NOLAN, G. (1999), Performance of Timber Beam Bridges in Tasmania, Australia. <http://oak.arch.utas.edu.au> (19/03/1999).
- YTTRUP, P. J. Concrete enhanced timber. In INTERNACIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, 1996, New Orleans. *Proceedings...* New Orleans, Oct. 1996. v.3. p.304-308.



## **ANEXOS**



## **ANEXO A: CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES DA MADEIRA E CONCRETO**

Os métodos de ensaio de caracterização das propriedades de resistência e de elasticidade do concreto encontram-se na NBR 8522 (1984) *Concreto: Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão x deformação*. No caso da madeira, a própria NBR 7190/97 já aborda os procedimentos de ensaios.

### **A.1 Madeira**

Para a caracterização das propriedades mecânicas da madeira, segundo a NBR 7190/97, conforme estabelecido para a caracterização simplificada, foram preparados 7 corpos-de-prova com seção transversal de 5 cm x 5 cm e 15 cm de comprimento. Um dos corpos-de-prova foi utilizado apenas para a previsão da carga de ruptura e estabelecer os níveis de carregamento. Cada unidade foi submetida ao ensaio de compressão paralela às fibras, obtendo-se assim, para aquela direção, a resistência à compressão e o correspondente módulo de elasticidade. Como procedimento para a determinação do teor de umidade da madeira, foram utilizados 6 corpos-de-prova prismáticos com dimensões de 2 cm x 3 cm x 5 cm.

#### **A.1.1 Determinação do teor de umidade da madeira**

Na determinação do teor de umidade da madeira, a NBR 7190/97 prescreve a utilização de seis corpos de prova prismáticos ( 2 cm x 3 cm x 5 cm), para os quais inicialmente deve-se

medir a massa  $m_i$  com exatidão de 0,01 g. A temperatura da estufa deve ser mantida à  $103^\circ \text{C} \pm 2^\circ \text{C}$  com leitura a cada 6 horas. Considera-se a última leitura de massa,  $m_s$ , quando a diferença entre uma medida e a anterior variar até 0,5%. O teor de umidade é então determinado pela expressão:

$$U(\%) = \frac{m_i - m_s}{m_s} \cdot 100 \quad (\text{A.1})$$

onde:  $m_i$  = massa inicial com exatidão de 0,01g;  $m_s$  = massa seca.

### A.1.2 Determinação da resistência à compressão da madeira

O valor característico da resistência à compressão deve ser estimado pela expressão da NBR7190/97:

$$f_{c0,k} = \left[ 2 \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_{\left(\frac{n}{2}-1\right)}}{\left(\frac{n}{2}-1\right)} - f_{\left(\frac{n}{2}\right)} \right] \cdot 1,1 \quad (\text{A.2})$$

onde:  $f_1 \leq f_2 \leq \dots \leq f_n$ , desprezando-se o maior deles quando o número de corpos-de-prova for ímpar. Não se permite valor de  $f_{c0,k}$  maior que  $f_l$ , nem a 0,7 do valor médio ( $f_{c0,m}$ ).

A resistência obtida experimentalmente na condição de umidade de equilíbrio com o ambiente,  $f_{U\%}$ , deve ser corrigida para a umidade padrão de 12%, conforme expressão apresentada pela NBR 7190/97:

$$f_{12} = f_{U\%} \left[ 1 + \frac{3(U\% - 12)}{100} \right] \quad (\text{para } U = 10\% \text{ a } 20\%) \quad (\text{A.3})$$

Em se tratando de espécies de madeiras usuais, na falta da determinação experimental, a NBR 7190/97 permite estimar as outras resistências características através das seguintes correlações:

$$f_{c0,k} / f_{t0,k} = 0,77; \quad (\text{A.4a})$$

$$f_{tM,k} / f_{t0,k} = 1,0; \quad (\text{A.4b})$$

$$f_{c90,k} / f_{c0,k} = 0,25; \quad (\text{A.4c})$$

$$f_{e0,k} / f_{c0,k} = 1,0; \quad (\text{A.4d})$$

$$f_{e90,k} / f_{c0,k} = 0,25; \quad (\text{A.4e})$$

$$f_{v0,k} / f_{c0,k} = 0,12 \text{ (para dicotiledôneas)} \quad (\text{A.4f})$$

onde:  $f_{c0,k}$  = resistência à compressão paralela às fibras,  $f_{t0,k}$  = resistência à tração paralela às fibras,  $f_{tM,k}$  = resistência à tração na flexão,  $f_{c90,k}$  = resistência à compressão normal às fibras,  $f_{e0,k}$  = resistência de embutimento paralelo às fibras,  $f_{e90,k}$  = resistência de embutimento normal às fibras,  $f_{v0,k}$  = resistência ao cisalhamento na presença de tensões tangenciais paralelas às fibras.

### A.1.3 Módulo de elasticidade da madeira

O valor médio do módulo de elasticidade é obtido pela média dos valores extraídos das curvas de ensaio força x deslocamento.

Para a elaboração de projeto, a NBR 7190/97 indica a expressão para a correção para a umidade padrão de 12%.

$$E_{co,12} = E_{co,U\%} \left[ 1 + \frac{2(U\% - 12)}{100} \right] \quad (\text{A.5})$$

## A.2 Concreto

O concreto utilizado na execução das mesas e dos corpos-de-prova para obtenção do módulo de deslizamento para a primeira série de ensaios foi dosado em laboratório, por controle de massa. Já, para o lote da segunda série de ensaios utilizou-se o concreto usinado em razão do volume consumido pelas peças. Para ambos os casos foram moldados 7 corpos-de-prova cilíndricos (10 cm de diâmetro x 20 cm de altura) que foram rompidos na ocasião dos ensaios das estruturas mistas, ou seja, após os 28 dias da concretagem. Dessa maneira, foram obtidas as resistências características de compressão e os respectivos módulos de deformação longitudinal de cada lote de concreto.

### A.2.1 Determinação da resistência à compressão do concreto

O valor estimado da resistência característica à compressão do concreto é obtida pela expressão indicada pela NBR.

$$f_{ck,est} = 2 \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_{m-1}}{m-1} - f_m \quad (\text{A.6})$$

onde:  $m$  é a metade do número  $n$  de corpos-de-prova, desprezando-se o valor mais alto se este número for ímpar, e  $f_1 \leq f_2 \dots \leq f_m \dots \leq f_n$  são as resistências dos corpos-de-prova, não se tomará para  $f_{ck,est}$  valor menor que  $\psi_6 f_1$ , nem maior que:

$$0,85 \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_n}{n}$$

Quando o primeiro destes limites for maior que o segundo, será este segundo limite adotado como valor de  $f_{ck,est}$ .

Para o concreto com  $f_{ck} > 16$  MPa ou  $\gamma_c < 1,4$  a NBR 6118/82 recomenda o controle sistemático. Com  $n = 7$  corpos de prova, tem-se o valor de  $\psi_6 = 0,91$ .



### **A.2.2 Módulo de deformação longitudinal do concreto**

A NBR 6118/82 apresenta, em função do valor da resistência característica de compressão do concreto, a expressão seguinte para a estimativa do valor do módulo de deformação longitudinal do concreto:

$$E_c = 6600\sqrt{f_{ck} + 3,5} \text{ (MPa)} \quad (\text{A.7})$$

Com os ensaios de corpos-de prova, o módulo de deformação longitudinal do concreto foram então obtidos através da inclinação da reta secante nos pontos 0,5 MPa e a 40% do valor de ruptura da correspondente curva tensão  $\times$  deformação. Para cada lote de concreto foram instrumentados dois corpos-de-provas com extensômetros elétricos para a obtenção das deformação para cada nível de tensão.



## ANEXO B: MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO PARA A REPRESENTAÇÃO DAS ESTRUTURAS ENSAIADAS

As expressões apresentadas por STEVANOVICK (1996), nas quais considerou-se uma viga solicitada por carregamento uniforme distribuído aplicado longitudinalmente e carga axial aplicada no centro de gravidade da mesa, foram adaptadas para a representação das estruturas ensaiadas. Para o desenvolvimento da equação diferencial de 4ª ordem que rege o problema considerou-se uma viga com seção “T” e uma única carga aplicada no meio do vão, conforme representação na Figura B.01.

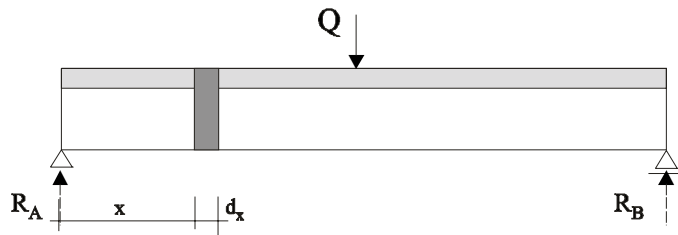


FIGURA B.01 – Esquema estático da viga

Das condições de equilíbrio, tem-se:

$$\sum F_x = 0$$

$$N_c + N_w = 0 \quad (B.01)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$-R_A - T_w - T_c = 0 \quad T_w + T_c = -R_A = T_x \quad (B.02)$$

$$\sum M_x = 0$$

$$\begin{aligned}
 R_A \cdot x + N_c \cdot r - M_c - M_w &= 0 & M_c + M_w &= R_A \cdot x + N_c \cdot r \\
 M_c + M_w - N_c \cdot r &= M_x & &
 \end{aligned}
 \tag{B.03}$$

onde: os índices  $c$  e  $w$  indicam os materiais concreto e madeira, respectivamente;  $N$ ,  $T$  e  $M$  representam os esforços internos de normal, cortante e momento fletor, respectivamente.  $R$  é a reação de apoio;  $r$  distância entre os centros de gravidade da mesa e da alma;  $a_c$  e  $a_w$  são as correspondentes distâncias dos centros de gravidade da mesa e da alma até a posição da linha neutra.

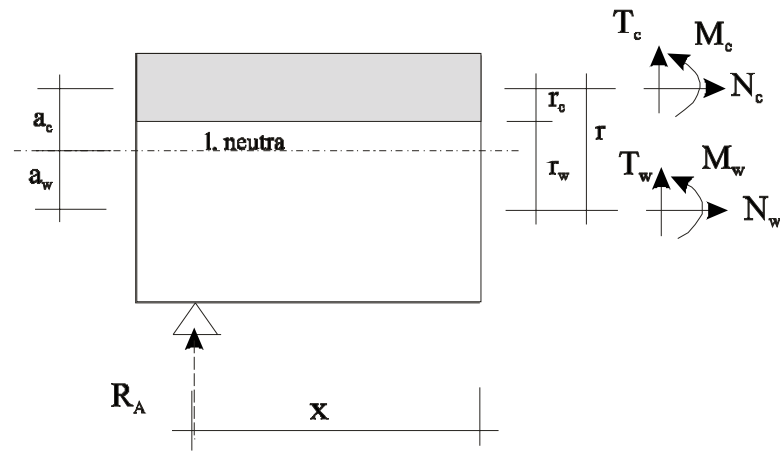


FIGURA B.02 – Elemento da viga e seus esforços internos

Na mesa em concreto, na direção  $x$ , obtém-se da Figura B.03 a expressão para a tensão de cisalhamento longitudinal  $T_s$ :

$$N_c - N_c - dN_c = T_s dx \quad T_s = \frac{dN_c}{d_x} \tag{B.04}$$

Por equilíbrio externo, tem-se:

$$T_x dx + M_x - M_x - dM_x = 0 \quad T_x = \frac{dM_x}{d_x} \tag{B.05}$$

No elemento de concreto, por equilíbrio, obtém-se:

$$M_c + T_c dx - M_c - dM_c - T_s dx \cdot r_c = 0$$

$$T_c = \frac{T_s d_x}{d_x} r_c + \frac{dM_c}{d_x} \quad T_c = T_s \cdot r_c + M'_c \quad (\text{B.06})$$

Analogamente para a madeira, obtém-se:

$$T_w = T_s \cdot r_w + M'_w \quad (\text{B.07})$$

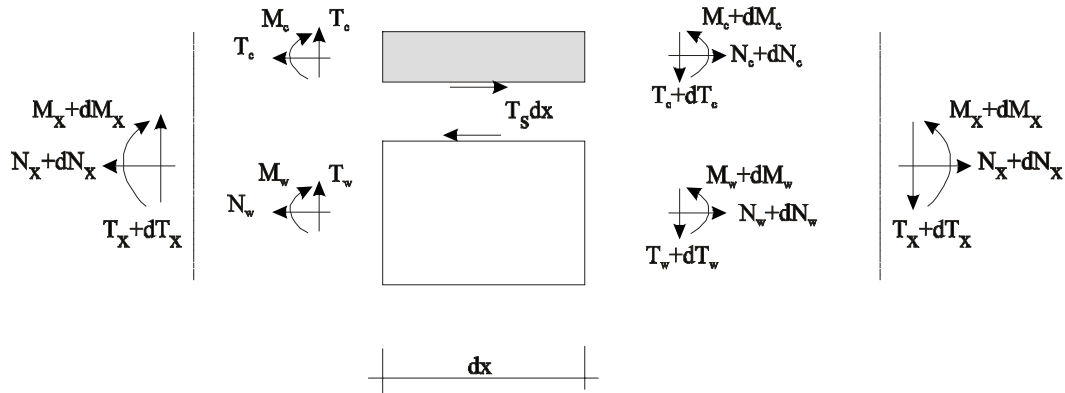


FIGURA B.03 – Representação dos esforços internos no concreto e na madeira

Com a hipótese de não ocorrer desprendimento entre a madeira e o concreto, e negligenciando-se as deformações de cisalhamento, a curvatura para cada elemento da seção transversal (concreto e madeira) é expressa por:

$$w'' = \frac{-M_c}{E_c I_c} = \frac{-M_w}{E_w I_w} \quad (\text{B.08})$$

onde:  $w$  representa a função deslocamento da viga em concreto-madeira;  $I$  é o momento de inércia;  $E$  é o módulo de elasticidade do material, ou módulo de deformação longitudinal no caso do concreto.

A expressão anterior será brevemente rescrita mediante substituição dos momentos internos, a serem desenvolvidos. Para isso, tem-se das expressões (B.01) e (B.03), respectivamente:

$$N_c = -N_w \quad (\text{B.09})$$

$$M_c = M_x - M_w + N_c \cdot r \quad (\text{B.10})$$

A equação (B.08) torna-se:

$$M_w = \frac{M_c E_w I_w}{E_c I_c} \quad (\text{B.11})$$

A expressão anterior resulta:

$$M_c = M_x - \left( \frac{M_c E_w I_w}{E_c I_c} \right) + N_c \cdot r$$

$$M_c \left( \frac{E_c I_c + E_w I_w}{E_c I_c} \right) = M_x + N_c \cdot r \quad (\text{B.12})$$

Escrevendo  $EI_0 = E_c I_c + E_w I_w$ , a expressão anterior torna-se:

$$M_c = \frac{E_c I_c}{EI_0} (M_x + N_c \cdot r) \quad (\text{B.13})$$

Analogamente, desenvolve-se:

$$M_w = \frac{E_w I_w}{EI_0} (M_x + N_c \cdot r) \quad (\text{B.14})$$

O deslocamento total, na direção do eixo longitudinal, é representado por

$$\Delta u = du_w - du_c + w' r \quad (\text{B.15})$$

Derivando-se a expressão anterior em x, obtém-se a deformação total:

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_w - \varepsilon_c + w'' r \quad (\text{B.16})$$

onde:  $\Delta \varepsilon = -\frac{d^2 N_c}{dx^2} \frac{1}{K}$

$$\varepsilon_c = \frac{N_c}{A_c E_c}$$

$$\varepsilon_w = \frac{N_w}{A_w E_w}$$

onde:  $u$  = deslocamento na direção longitudinal da viga;  $\varepsilon$  = deformação longitudinal;  $K$  = módulo de deslizamento, cujo valor é dado pela razão entre força e deslocamento.

Substituindo-se (B.13) em (B.08), resulta em:

$$w'' = \frac{-E_c I_c}{EI_0 \cdot E_c I_c} (M_x + N_c r) = -\frac{(M_x + N_c r)}{EI_0} \quad (B.17)$$

Combinando-se as expressões (B.16) a (B.17), tem-se:

$$\frac{d^2 N_c}{dx^2} \frac{1}{K} = \frac{-N_w}{E_w A_w} + \frac{N_c}{A_c E_c} + \frac{(M_x + N_c r)}{EI_0} r$$

$$\frac{d^2 N_c}{dx^2} = \frac{-N_w}{E_w A_w} K + \frac{N_c}{A_c E_c} K + \frac{M_x r}{EI_0} K + \frac{N_c r^2}{EI_0} K$$

$$\text{com } N_w = -N_c \text{ e } \beta = \frac{Kr}{EI_0}$$

$$\frac{d^2 N_c}{dx^2} = \frac{N_c}{E_w A_w} K + \frac{N_c}{A_c E_c} K + \beta \cdot M_x + \frac{N_c r^2}{EI_0} K$$

$$\frac{d^2 N_c}{dx^2} = \beta \cdot M_x + N_c K \left( \frac{1}{E_w A_w} + \frac{1}{A_c E_c} + \frac{r^2}{EI_0} \right)$$

Com  $\alpha^2 = K \left( \frac{1}{E_w A_w} + \frac{1}{A_c E_c} + \frac{r^2}{EI_0} \right)$ , a expressão anterior pode ser escrita:

$$\frac{d^2 N_c}{dx^2} - \alpha^2 N_c = \beta \cdot M_x \quad (B.18)$$

Da equação (B.17) pode-se escrever:

$$N_c = \frac{-w'' EI_0 - M_x}{r}$$

A derivada segunda da expressão anterior é:

$$\frac{d^2 N_c}{dx^2} = \frac{-w^{iv} EI_0 - M''_x}{r}$$

Substituindo-se a derivada segunda na equação, tem-se:

$$-w^{iv} EI_0 - M''_x - \alpha^2 (-w'' EI_0 - M_x) = \beta \cdot M_x r$$

$$w^{iv} - \alpha^2 w'' = -\frac{\beta \cdot M_x}{EI_0} r - \frac{M''_x}{EI_0} + \frac{\alpha^2 M_x}{EI_0}$$

$$w^{iv} - \alpha^2 w'' = -\frac{M''_x}{EI_0} + (\alpha^2 - \beta r) \frac{M_x}{EI_0}$$

$$EI_\infty = \frac{EI_0}{\frac{\alpha^2 - \beta r}{\alpha^2}} \Rightarrow EI_0 = EI_\infty \frac{(\alpha^2 - \beta r)}{\alpha^2} \quad (B.19)$$

$$w^{iv} - \alpha^2 w'' = -\frac{M''_x}{EI_0} + \frac{\alpha^2 M_x}{EI_\infty} \quad (B.20)$$

Observa-se com a substituição de  $\alpha^2$  e  $\beta$  na equação (B.19), que  $EI_\infty$  é independente do módulo de deslizamento ( $K$ ).

A solução geral da equação não homogênea de 4ª ordem com coeficientes constantes é dada pela resolução da equação característica mais a solução particular:

$$w = w_c + w_p \quad (B.21)$$

A equação característica homogênea é expressa por:

$$w^{iv} - \alpha^2 w'' = 0 \quad (B.22)$$

As raízes da equação são:  $r_1 = r_2 = 0$ ;  $r_3 = \alpha$ ;  $r_4 = -\alpha$ .

Com estas raízes, a solução da equação homogênea é dada por:



$$w_c = C_1 + C_2 x + C_3 e^{\alpha x} + C_4 e^{-\alpha x} \quad (\text{B.23})$$

Na forma hiperbólica, a expressão torna-se:

$$w_c = C_1 + C_2 x + C_3 (\cosh \alpha x + \sinh \alpha x) + C_4 (\cosh \alpha x - \sinh \alpha x) \quad (\text{B.24})$$

Com  $C_1 = c_1$ ,  $C_2 = c_2$ ,  $(C_3 + C_4) = c_3$  e  $(C_3 - C_4) = c_4$ , tem-se:

$$w_c = c_1 + c_2 x + c_3 (\cosh \alpha x) + c_4 (\sinh \alpha x)$$

Já, a solução particular é então desenvolvida considerando-se a condição de carregamento da viga.

Para uma viga com carregamento no meio do vão, o momento fletor e sua derivada segunda são:

$$M_x = \frac{P}{4}l + \frac{P}{2}x \quad (\text{B.25})$$

$$M''_x = 0$$

Com isso, escreve-se:

$$w^{iv} - \alpha^2 w'' = \frac{\alpha^2}{EI_\infty} \left( \frac{Pl}{4} - \frac{Px}{2} \right) \quad (\text{B.26})$$

As constantes da equação:

$$A = \frac{\alpha^2 Pl}{4EI_\infty} \text{ e } B = \frac{\alpha^2 P}{2EI_\infty}$$

Escreve-se:

$$w^{iv} - \alpha^2 w'' = A - Bx \quad (\text{B.27})$$

Através do método dos coeficientes a determinar, a solução particular será:

$$w_{p(x)} = \frac{B}{6\alpha^2} x^3 - \frac{A}{2\alpha^2} x^2 \quad (\text{B.28})$$

Portanto a solução geral é dada por:

$$w = c_1 + c_2 x + c_3 (\cosh \alpha x) + c_4 (\sinh \alpha x) + \frac{B}{6\alpha^2} x^3 - \frac{A}{2\alpha^2} x^2 \quad (\text{B.29})$$

## ANEXO C: UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE MATHEMATICA® NA RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

A equação diferencial que representa o comportamento da viga mista pode ser resolvida por meio de uma ferramenta computacional, como por exemplo através do programa Mathematica®.

Os elementos estruturais ensaiados em laboratório para essa pesquisa receberam carregamentos concentrados no meio do vão. Devido à descontinuidade na elástica, causada pela carga concentrada, são necessárias duas equações diferenciais  $w_1[x]$  e  $w_2[x]$ , para o primeiro trecho ( $x = 0$  a  $l/2$ ) e para o segundo trecho, respectivamente. Apresenta-se a seguir a forma de entrada no programa, com todas as condições de contorno necessárias para a resolução do problema:

*Bloco de entrada das equações diferenciais e condições de contorno:*

```
DSolve[{w1''''[x] - alfa^2 w1''[x]==(alfa^2/ei1) (P x/2),
        w2''''[x]- alfa^2 w2''[x] ==(alfa^2/ei1)(P/2 *(-x+1)),
        w1[0]==0, w1''[0]==0,
        w2[1]==0,w2''[1]==0, w1[l/2]==w2[l/2],
        w1'[l/2]==w2'[l/2],w2''[l/2]==w1''[l/2],w2''''[l/2]==w1''''[l/2
        ]+P/ei0},{w1[x], w2[x]}, x]
```

onde:  $w_1[x]$  = elástica da viga no trecho à esquerda do carregamento;

$w_2[x]$  = elástica da viga no trecho à direita do carregamento;

x = variável independente;

*Bloco de inicialização das variáveis:*

```
Clear[w1,w2,x,alfa,l,eii,P,ei0,r,ac,ec,aw,ew,ic,iw,k,beta,Nc1,Nc2,Ts1,Ts2]
```

*Pacotes utilizados:*

```
{"Calculus`DSolveIntegrals`","Graphics`Animation`","Global`",  
"System`"}
```

*Entrada de dados e cálculo de parâmetros:*

```
alfa= Sqrt[ k (1/(ew aw) + 1/(ac ec) + r^2/ei0)]//N  
ei0= ec ic + ew iw  
ec=2348;  
ic=128;  
ew=1465;  
iw=800.8;  
r=7.85;  
k=8.016;  
ac=96;  
aw=70.2;  
l=100;  
P=5;  
beta=k r/ ei0//N  
eii= ei0 /(alfa^2 - beta r)alfa^2
```

onde: ec = módulo de deformação longitudinal do concreto (kN/cm<sup>2</sup>);

ic = momento de inércia da mesa em concreto (cm<sup>4</sup>);

ew = módulo de elasticidade da madeira (kN/cm<sup>2</sup>);

iw = momento de inércia da alma em madeira (cm<sup>4</sup>);

$r$  = braço entre os c.g. da mesa e da alma (cm);  
 $k$  = módulo de deslizamento por unidade de comprimento (kN/cm<sup>2</sup>);  
 $a_c$  = área da mesa em concreto (cm<sup>2</sup>);  
 $a_w$  = área da alma em madeira (cm<sup>2</sup>);  
 $l$  = comprimento total da viga (cm);  
 $P$  = carga concentrada (kN);  
 $e_{i0} = e_c + e_i$  (kN cm<sup>2</sup>);

*Geração das funções:*

```
w1[x_] =  
w2[x_] =
```

*Solução na forma trigonométrica:*

```
w1[x_] = ExpToTrig[w1[x]] // Simplify  
w2[x_] = ExpToTrig[w2[x]] // Simplify
```

*Solução numérica dos deslocamentos verticais para os pontos solicitados:*

```
w1[0]  
w1[1/2]  
w2[1/2]  
w2[1]
```

*Solução numérica das curvaturas para as posições desejadas:*

```
w1''[0]  
w1''[1/2]  
w2''[1/2]  
w2''[1]
```

*Solução numérica dos esforços internos:*

```
Nc1[x_]=-P x/(2 r)-ei0 w1'''[x]/r
```

```
Nw1[x_]=P x/(2 r)+ei0 w1'''[x]/r
```

```
Ts1[x_]=P/(2 r) + w1''''[x] ei0/r
```

```
w1''''[x]
```

```
Nc2[x]=P x/(2 r)-P l/(2 r)-ei0 w2'''[x]/r
```

```
Nw2[x]=-P x/(2 r)+P l/(2 r)+ei0 w2'''[x]/r
```

```
Ts2[x]=P/(2 r) - w2''''[x] ei0/r
```

```
w2''''[x]
```

onde:  $N_c$  = resultante da compressão no c.g. da mesa em concreto (kN);

$N_w$  = resultante de tração no c.g. da alma em madeira (kN);

$T_s$  = tensão de cisalhamento na interface de ligação da mesa em concreto (kN/cm<sup>2</sup>);

os índices 1 e 2 representam os trechos à esquerda e à direita da carga, respectivamente.

*Soluções gráficas:*

```
Plot[Nc1[x],{x,0,50},PlotStyle->RGBColor[1,0,1]];
```

```
Plot[Ts1[x],{x,0,50},PlotStyle->RGBColor[0,0,1]];
```

```
Plot[w1''''[x],{x,0,50},PlotStyle->RGBColor[0,1,1]];
```

```
p1=Plot[-w1[x],{x,0,50},PlotStyle->RGBColor[1,0,0]];
```

```
p2=Plot[-w2[x],{x,50,100},PlotStyle->RGBColor[1,0,0]];
```

```
Show[{p1,p2},AxesLabel->{"l","w(cm)"},PlotLabel->"flecha"];
```

As equações para outras duas situações de carregamento foram também implementadas no Mathematica. Tendo em vista que as alterações ocorrem apenas na equação diferencial e nas condições de contorno de deslocamentos, sucintamente apresentam-se os o bloco de entrada para as situações de vigas com carregamento uniforme e para duas cargas concentradas aplicadas nos terços do vão, respectivamente:

*Bloco de entrada da equação diferencial e condições de contorno (viga sob carregamento uniformemente distribuído):*

```
DSolve[{w''''[x]- alfa^2 w''[x]==(alfa^2/eii) (q x/2)(1-x)+
q/ei0, w[0]==0,
w''[0]==0, w''[1]==0, w[1]==0}, w[x],x]
```

*Bloco de entrada das equações diferenciais e condições de contorno (viga com duas cargas concentradas):*

```
DSolve[{w1''''[x] - alfa^2 w1''[x]==(alfa^2/eii) (P x/2),
w2''''[x]- alfa^2 w2''[x] ==(alfa^2/eii)(P 1/(2*A)),
w1[0]==0,w1''[0]==0,w2'[1/2]==0,w2''[1/2]==0,
w1[1/A]==w2[1/A],w1'[1/A]==w2'[1/A],w2''[1/A]==w1''[1/A],w2''
'[1/A]==w1''''[1/A]+P/ei0},{w1[x], w2[x]}, x]
```

Através dessa modelagem, assume-se que o sistema de ligação entre o concreto-madeira é contínuo e sua resistência ao deslizamento devido ao cisalhamento longitudinal é representado pelo módulo de deslizamento. Esse módulo como mencionado anteriormente, é obtido por meio de ensaios de corpos-de-prova.

Esse procedimento de se adotar um sistema de ligação contínua para representar um sistema de ligação discreta é indicado no dimensionamento de estruturas compostas de madeira, conforme indicações do EUROCODE 5 e DIN 1052/73.

A NBR 7190 adota para o cálculo de estruturas compostas um procedimento de redução do momento de inércia da seção considerada como se fosse uma seção maciça, cujo coeficiente de redução da inércia,  $\alpha_r$  depende da forma da seção. No caso de seções “T”, o coeficiente de redução é indicado igual à 0,95, e para as seções “I” e caixão igual à 0,95.

Numa análise experimental desenvolvida por ALMEIDA & FERREIRA (?), em vigas com seções “I”, com madeiras das espécies Jatobá e Eucalipto, mostrou que esses valores indicados pela norma brasileira de madeiras são maiores que aqueles verificados nos testes. Com isso, as flechas experimentais resultam maiores que previstas pela teoria.

A dificuldade em utilizar esse método de cálculo está no fato de inexistir um modelo padronizado para o corpo-de-prova que represente a ligação entre o concreto e a madeira. Algumas sugestões para esse tipo de corpo-de-prova foram apresentadas na revisão bibliográfica de estruturas mistas em concreto-madeira. Neste ponto, difere das estruturas mistas em concreto-aço, para as quais a norma BS 5400 (1979) possui um padrão de corpo-de-prova para ensaios de conectores de cisalhamento.

Os resultados obtidos através do sistema de equações diferenciais mostram-se pouco sensíveis às variações do módulo de deslizamento, conforme testes de simulação realizados com as equações e condições de contorno apresentadas anteriormente. Essa pequena influência da módulo de deslizamento nos resultados das equações diferenciais também está relatada na dissertação de mestrado desenvolvida por TACITANO (2000). Com isto, verificou-se que grandes variações do valor módulo de deslizamento implica em pequenas variações nos resultados da equação da elástica da viga.



## **ANEXO D: VERIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS PARA AS CONDIÇÕES DE LABORATÓRIO**

No dimensionamento visto no item 7 foram consideradas todas as variáveis que interferem na segurança da estrutura, onde os carregamentos foram majorados e as resistências dos materiais minoradas. Neste Anexo, serão utilizados os valores de resistência médios dos materiais e os carregamentos não serão majorados, buscando uma análise próxima das condições de laboratório. É importante, mais uma vez, lembrar que os modelos adotados para os materiais não consideram os efeitos de não-linearidade.

### **D.1 Verificação da Viga VPR para as Condições de Laboratório**

#### **D.1.1 Características dos Materiais**

- **Madeira (umidade 11,24%)**

Resistências características médias paralelas às fibras:

$$f_{c0,m} = 44,16 \text{ MPa}$$

$$f_{t0,m} = f_{c0,m} / 0,77 = 57,35 \text{ MPa}$$

$$f_{e0,m} = f_{c0,m} = 44,16 \text{ MPa}$$

$$f_{v0,m} = 0,12 \cdot f_{c0,m} = 5,30 \text{ MPa}$$

$$E_{c0,m} = 8804 \text{ MPa}$$

- **Concreto:**

Resistência média à compressão:  $f_{cm} = 22,05 \text{ MPa}$

Módulo de elasticidade :  $E_c = 19297 \text{ MPa}$ .

TABELA D.01 – Parâmetros das etapas de cálculo (VPR)

	Concreto	Madeira (lote2)
Seção (mm <sup>2</sup> )	12000	7500
Inércia (mm <sup>4</sup> )	1,6 · 10 <sup>6</sup>	14,063 · 10 <sup>6</sup>
Estado Limite Utilização K <sub>serv</sub> = 14427 N/mm		
Y <sub>c</sub> , Y <sub>w</sub>	0,532	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	33,15	61,85
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	5,426 · 10 <sup>11</sup>	
Estado Limite Último K <sub>u</sub> = 9626 N/mm		
Y <sub>c</sub> , Y <sub>w</sub>	0,431	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	37,83	57,17
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	5,133 · 10 <sup>11</sup>	

## D.1.2 Estados Limites Últimos

TABELA D.02 – Esforços internos na estrutura (VPR- E.L.U.)

	Carga concentrada	Carga distribuída
Carregamento de cálculo	$P_k$	0,36 N/mm
Momento fletor (N.mm)	$750 \cdot P_k$	405000
$\sigma_{lc} \text{ (MPa)}$	$4,597 \cdot 10^{-4} \cdot P_k$	0,248
$\sigma_{mc} \text{ (MPa)}$	$5,639 \cdot 10^{-4} \cdot P_k$	0,305
$\sigma_{lw} \text{ (MPa)}$	$7,354 \cdot 10^{-4} \cdot P_k$	0,397
$\sigma_{mw} \text{ (MPa)}$	$9,648 \cdot 10^{-4} \cdot P_k$	0,521
$V_k \text{ (N)}$	$0,5 \cdot P_k$	540
Força no conector $F_1 \text{ (N)}$	$0,084 \cdot P_k$	90,61
$\tau \text{ (MPa)}$	$0,00015 \cdot V_k$	

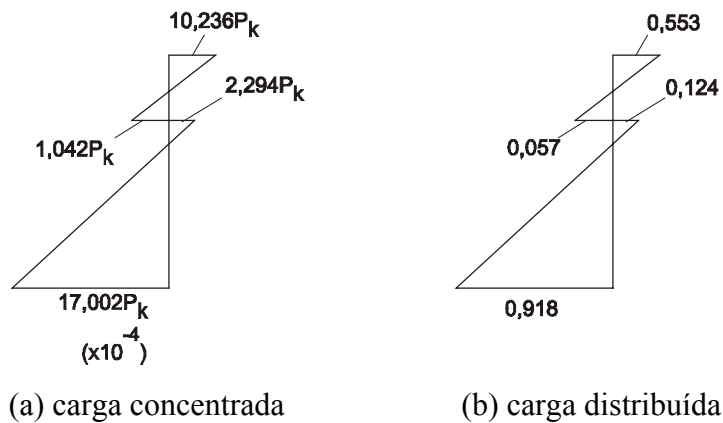


FIGURA D.01 - Diagrama de tensões normais (MPa)

### D.1.3 Determinação da Máxima Carga Concentrada a ser Aplicada na Viga

A carga máxima será obtida por comparação com os valores de resistência média de ensaio dos materiais.

- Madeira borda inferior:

$$17,002 \cdot 10^{-4} \cdot P_k + 0,918 \leq 57,35$$

$$P_k \leq 33191,4 \text{ N}$$

- Madeira borda superior:

$$2,294 \cdot 10^{-4} \cdot P_k + 0,124 \leq 44,16$$

$$P_k \leq 191961,6 \text{ N}$$

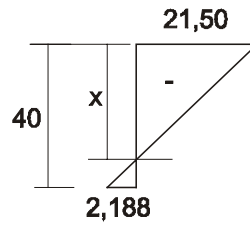
- Concreto borda superior:

$$10,236 \cdot 10^{-4} \cdot P_k + 0,553 \leq 22,05$$

$$P_k \leq 21001,4 \text{ N}$$

- Concreto borda inferior:

A posição da linha neutra é determinada do diagrama de tensões para uma carga de valor 21001,4 N.



(tensão MPa; medidas mm)

FIGURA D.02 – Posição da linha neutra no elemento de concreto

Em razão da linha neutra estar posicionada bem próxima ao fundo da laje ( $x = 36,3$  mm), e adotando um cobrimento de 5 mm para as barras de aço, a tensão na armadura será próxima à zero. Por este motivo deve-se empregar uma armadura mínima de área igual à:

$$A_{s,min} = (0,15\%) \cdot 30 \cdot 4 = 0,18 \text{ cm}^2$$

- **Verificação dos conectores:**

**Pregos (corte):**

$$R_{1,k} = 600 \cdot \frac{\pi}{4} (6,525)^2 = 20063,3 \text{ N}$$

**concreto (compressão localizada):**

$$R_{1,d} = 0,23 \cdot (6,525)^2 \sqrt{15,45 \cdot \frac{19297}{1,25}} = 4782,4 \text{ N}$$

$R_{1,k} = 6695,4$  N (o valor característico da compressão localizada foi estimado multiplicando-se o valor de  $R_{1,d}$  por 1,4).

**madeira (embutimento):**

$$R_{1,k} = 1,5 \sqrt{2 \cdot 22224,48 \cdot 4416 \cdot 6,525} = 5368,2 \text{ N}$$

Dentre os três últimos valores tem-se que o embutimento é o limitante para o sistema de ligação.

$$90,61 + 0,084 \cdot P_k \leq 5368,2$$

$$P_k \leq 62828,5 \text{ N}$$

- **Cortante na peça de madeira:**

A máxima tensão de cisalhamento é determinada pela expressão 3.24, onde considera-se que o esforço cortante será todo absorvido pela alma da viga.

$$V_k = P_k/2 + 540$$

$$\tau_{\text{máx}} = 0,00015 \cdot V_k \leq 5,30 \text{ MPa}$$

$$P_k \leq 35333,3 \text{ N}$$

#### **D.1.4 Estados Limites de Utilização**

Para a verificação da flecha tem-se como única alteração na expressão vista o produto de rigidez, respeitando-se o valor de flecha limite de limite igual à  $l/200$ .

$$\frac{5}{384} \frac{0,0036 \cdot 300^4}{(5,426 \cdot 10^6)} + \frac{P_k}{48} \frac{300^3}{(5,426 \cdot 10^6)} \leq \frac{300}{200}$$

$$P_k \leq 13,79 \text{ kN}$$

#### **D.2 Verificação da Viga VP3/8 para as Condições de Ensaio**

Como já descrito, as vigas VP3/8-1 e VP3/8-2 foram construídas com madeira do lote 1. Neste item, são apresentados os resultados das verificações dessas estruturas, para que atendam as condições de segurança dos estados limites.

TABELA D.03 – Propriedades dos materiais

<b>Madeira 1 (umidade 11,46%)</b>
$f_{c0,m} = 60,57 \text{ MPa}$
$f_{t0,m} = f_{c0,m}/0,77 = 78,66 \text{ MPa}$
$f_{e0,m} = f_{c0,m} = 60,57 \text{ MPa}$
$f_{v0,m} = 0,12 \cdot f_{c0,m} = 7,27 \text{ MPa}$
$E_{c0,m} = 14700 \text{ MPa}$
<b>Concreto</b>
$f_{cm} = 22,05 \text{ MPa}$
$E_c = 19297 \text{ MPa}$

TABELA D.04 – Parâmetros das etapas de cálculo (VP3/8)

	Concreto	Madeira (lote 1)
Seção (mm <sup>2</sup> )	12000	7500
Inércia (mm <sup>4</sup> )	1,6 · 10 <sup>6</sup>	14,063 · 10 <sup>6</sup>
Estado Limite Utilização K <sub>serv</sub> = 11471 N/mm		
y <sub>c</sub> , y <sub>w</sub>	0,376	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	53,08	41,92
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	6,767 · 10 <sup>11</sup>	
Estado Limite Último K <sub>u</sub> = 7647,3 N/mm		
y <sub>c</sub> , y <sub>w</sub>	0,286	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	59,35	35,65
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	6,110 · 10 <sup>11</sup>	

TABELA D.05 – Esforços internos à estrutura (VP3/8-E.L.U.)

	Carga concentrada	Carga distribuída
Carregamento de cálculo	$P_k$	0,36 N/mm
Momento fletor (N.mm)	$750 \cdot P_k$	405000
$\sigma_{1c}$ (MPa)	$0,402 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,217
$\sigma_{mc}$ (MPa)	$0,474 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,256
$\sigma_{1w}$ (MPa)	$0,643 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,347
$\sigma_{mw}$ (MPa)	$1,353 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,731
$V_k$ (N)	$0,5 \cdot P_k$	540
Força no conector $F_1$ (N)	$0,24 \cdot P_k$	260,5
$\tau$ (MPa)	$0,00015 \cdot V_k$	

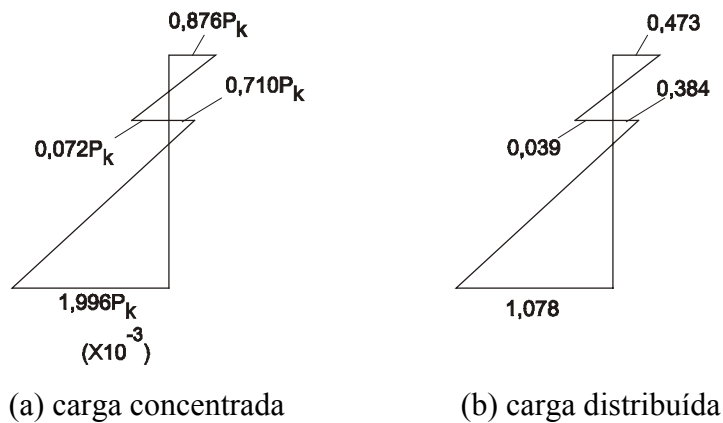


FIGURA D.03 - Diagrama de tensões normais (MPa)

Com o procedimento análogo ao apresentado para a viga VPR, pode-se estimar o valor da carga a ser aplicada na estrutura para cada uma das seguintes condições limites apresentadas na Tabela D.06.

TABELA D.06 - Identificação da carga limite

▪ Madeira:	borda inferior $P_k \leq 38868,7 \text{ N}$
	borda superior $P_k \leq 84769,0 \text{ N}$
▪ Concreto:	borda superior $P_k \leq 24631,3 \text{ N}$
▪ Ligação:	parafuso $R_{1,k} \leq 17101,4 \text{ N}$
	concreto $R_{1,k} \leq 10190,9 \text{ N}$
	madeira $R_{1,k} \leq 8471,7 \text{ N}$ (crítico p/ ligação) $P_k \leq 34213,3 \text{ N}$
▪ Cortante:	$P_k \leq 95853,3 \text{ N}$
▪ Flecha:	$P_k \leq 17370 \text{ N}$

### D.3 Verificação da Viga VP1/2 para as Condições de Laboratório

TABELA D.07 – Resumo dos valores das etapas de cálculo (VP1/2)

	Concreto	Madeira (lote1)
Seção (mm <sup>2</sup> )	12000	7500
Inércia (mm <sup>4</sup> )	1,6 · 10 <sup>6</sup>	14,063 · 10 <sup>6</sup>
Estado Limite Utilização K <sub>serv</sub> = 15464 N/mm		
y <sub>c</sub> , y <sub>w</sub>	0,448	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	48,95	46,05
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	7,200 · 10 <sup>11</sup>	
Estado Limite Último K <sub>u</sub> = 10309 N/mm		
y <sub>c</sub> , y <sub>w</sub>	0,351	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	54,69	40,31
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	6,599 · 10 <sup>11</sup>	

TABELA D.08 – Resumo dos esforços internos na estrutura (VP1/2-E.L.U.)

	Carga concentrada	Carga distribuída
Carregamento de cálculo	$P_k$	0,36 N/mm
Momento fletor (N.mm)	$750 \cdot P_k$	405000
$\sigma_{1c}$ (MPa)	$0,421 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,227
$\sigma_{mc}$ (MPa)	$0,439 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,237
$\sigma_{1w}$ (MPa)	$0,673 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,364
$\sigma_{mw}$ (MPa)	$1,253 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,677
$V_k$ (N)	$0,5 \cdot P_k$	540
Força no conector $F_l$ (N)	$0,252 \cdot P_k$	272,8
$\tau$ (MPa)	$0,00015 \cdot V_k$	



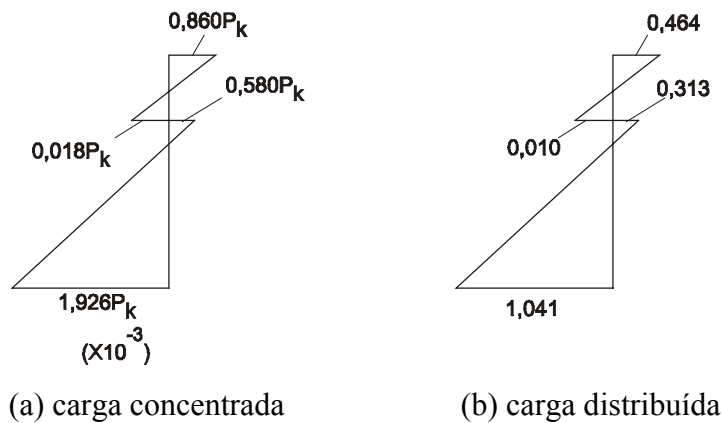


FIGURA D.04 - Diagrama de tensões normais (MPa)

Com o procedimento análogo ao apresentado para a viga VPR, pode-se estimar o valor da carga a ser aplicada na estrutura para cada uma das seguintes condições: madeira, concreto e conector. Os resultados encontram-se na Tabela D.09.

TABELA D.09 – Identificação da carga limite

▪ Madeira:	borda inferior $P_k \leq 40300,6 \text{ N}$
	borda superior $P_k \leq 103891,4 \text{ N}$
▪ Concreto:	borda superior $P_k \leq 25100 \text{ N}$
▪ Ligação:	parafuso $R_{l,k} \leq 30402,4 \text{ N}$
	concreto $R_{l,k} \leq 25364,0 \text{ N}$
	madeira $R_{l,k} \leq 15063,2 \text{ N}$ (crítico p/ ligação) $P_k \leq 58692,1 \text{ N}$
▪ Cortante:	$P_k \leq 95853,3 \text{ N}$
▪ Flecha:	$P_k \leq 18525 \text{ N}$

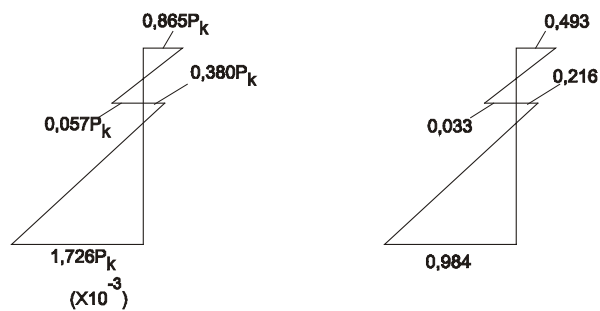
## D.4 Verificação do Pannel PPR para as Condições de Laboratório

TABELA D.10– Resumo dos valores das etapas de cálculo (PPR)

	Concreto	Madeira (lote 1)
Seção (mm <sup>2</sup> )	12500	7500
Inércia (mm <sup>4</sup> )	2,6 · 10 <sup>6</sup>	14,063 · 10 <sup>6</sup>
Estado Limite Utilização K <sub>serv</sub> = 14427 N/mm		
y <sub>c</sub> , y <sub>w</sub>	0,522	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	46,68	53,32
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	8,447 · 10 <sup>11</sup>	
Estado Limite Último K <sub>u</sub> = 9626 N/mm		
y <sub>c</sub> , y <sub>w</sub>	0,421	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	52,05	47,95
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	7,855 · 10 <sup>11</sup>	

TABELA D.11 – Resumo dos esforços internos na estrutura (PPR- E.L.U.)

	Carga concentrada	Carga distribuída
Carregamento de cálculo	$P_k$	0,38 N/mm
Momento fletor (N.mm)	$750 \cdot P_k$	427500
$\sigma_{1c}$ (MPa)	$0,404 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,230
$\sigma_{mc}$ (MPa)	$0,461 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,263
$\sigma_{1w}$ (MPa)	$0,673 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,384
$\sigma_{mw}$ (MPa)	$1,053 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,600
$V_k$ (N)	$0,5 \cdot P_k$	570
Força no conector $F_l$ (N)	$0,168 \cdot P_k$	191,8
$\tau$ (MPa)	$0,00014 \cdot V_k$	



(a) carga concentrada

(b) carga distribuída

FIGURA D.05 - Diagrama de tensões normais (MPa)

TABELA D.12 – Identificação da carga limite

▪ Madeira:	borda inferior $P_k \leq 45003,5 \text{ N}$ borda superior $P_k \leq 158826,3 \text{ N}$
▪ Concreto:	borda superior $P_k \leq 24921,4 \text{ N}$
▪ Ligação:	parafuso $R_{l,k} \leq 20063,3 \text{ N}$ concreto $R_{l,k} \leq 6695,4 \text{ N}$ madeira $R_{l,k} \leq 6287 \text{ N}$ (crítico p/ ligação) $P_k \leq 36280,9 \text{ N}$
▪ Cortante:	$P_k \leq 102717 \text{ N}$
▪ Flecha:	$P_k \leq 21810 \text{ N}$

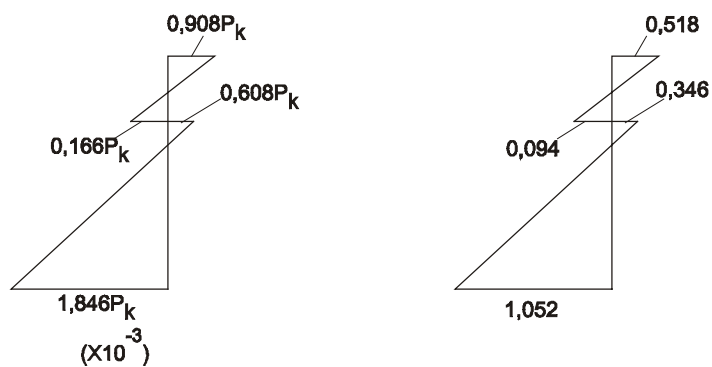
## D.5 Verificação do Painel PP3/8 para as Condições de Laboratório

TABELA D.13 – Resumo dos valores das etapas de cálculo (PP3/8)

	Concreto	Madeira (lote 1)
Seção (mm <sup>2</sup> )	12500	7500
Inércia (mm <sup>4</sup> )	2,6 · 10 <sup>6</sup>	14,063 · 10 <sup>6</sup>
Estado Limite Utilização K <sub>serv</sub> = 11471 N/mm		
y <sub>c</sub> , y <sub>w</sub>	0,367	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	55,46	44,54
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	7,469 · 10 <sup>11</sup>	
Estado Limite Último K <sub>u</sub> = 7647,3 N/mm		
y <sub>c</sub> , y <sub>w</sub>	0,278	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	62,18	37,82
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	6,739 · 10 <sup>11</sup>	

TABELA D.14 – Resumo dos esforços internos na estrutura (PP3/8- E.L.U.)

	Carga concentrada	Carga distribuída
Carregamento de cálculo	$P_k$	0,38 N/mm
Momento fletor (N.mm)	$750 \cdot P_k$	427500
$\sigma_{lc}$ (MPa)	$0,371 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,212
$\sigma_{mc}$ (MPa)	$0,537 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,306
$\sigma_{lw}$ (MPa)	$0,619 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,353
$\sigma_{mw}$ (MPa)	$1,227 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,699
$V_k$ (N)	$0,5 \cdot P_k$	570
Força no conector $F_1$ (N)	$0,232 \cdot P_k$	264,5
$\tau$ (MPa)	$0,00014 \cdot V_k$	



(a) carga concentrada

(b) carga distribuída

FIGURA D.06 - Diagrama de tensões normais (MPa)

TABELA D.15 - Identificação da carga limite

▪ Madeira:	borda inferior $P_k \leq 42064$ N
	borda superior $P_k \leq 99052$ N
▪ concreto	borda superior $P_k \leq 23713,7$ N
▪ Ligação:	parafuso $R_{l,k} \leq 17101,4$ N
	concreto $R_{l,k} \leq 14267,2$ N
	madeira $R_{l,k} \leq 8471,7$ N (crítico p/ ligação) $P_k \leq 35375,9$ N
▪ Cortante	$P_k \leq 102717,1$ N
▪ Flecha	$P_k \leq 19230$ N

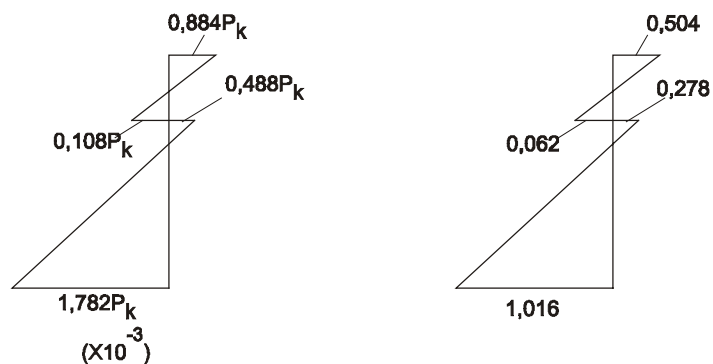
## D.6 Verificação do Painel PP1/2 para as Condições de Laboratório

TABELA D.16 – Resumo dos valores das etapas de cálculo (PP1/2)

	Concreto	Madeira (lote1)
Seção (mm <sup>2</sup> )	12500	7500
Inércia (mm <sup>4</sup> )	2,6 · 10 <sup>6</sup>	14,063 · 10 <sup>6</sup>
Estado Limite Utilização K <sub>serv</sub> = 15464 N/mm		
y <sub>c</sub> , y <sub>w</sub>	0,438	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	51,07	48,93
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	7,964 · 10 <sup>11</sup>	
Estado Limite Último K <sub>u</sub> = 10309 N/mm		
y <sub>c</sub> , y <sub>w</sub>	0,342	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	57,20	42,80
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	7,288 · 10 <sup>11</sup>	

TABELA D.17 – Resumo dos esforços internos na estrutura (PP1/2- E.L.U.)

	Carga concentrada	Carga distribuída
Carregamento de cálculo	$P_k$	0,38 N/mm
Momento fletor (N.mm)	$750 \cdot P_k$	427500
$\sigma_{lc}$ (MPa)	$0,388 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,221
$\sigma_{mc}$ (MPa)	$0,496 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,283
$\sigma_{lw}$ (MPa)	$0,647 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,369
$\sigma_{mw}$ (MPa)	$1,135 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,647
$V_k$ (N)	$0,5 \cdot P_k$	570
$F_l$ (N)	$0,243 \cdot P_k$	276,8
$\tau$ (MPa)	$0,00014 \cdot V_k$	



(a) carga concentrada

(b) carga distribuída

FIGURA D.07 - Diagrama de tensões normais (MPa)

TABELA D.18 - Identificação da carga limite

▪ Madeira:	borda inferior $P_k \leq 43571,3 \text{ N}$ borda superior $P_k \leq 123549,2 \text{ N}$
▪ Concreto:	borda superior $P_k \leq 24373,3 \text{ N}$
▪ Ligação:	parafuso $R_{1,k} \leq 30402,4 \text{ N}$ concreto $R_{1,k} \leq 25364,0 \text{ N}$ madeira $R_{1,k} \leq 15063,2 \text{ N}$ (crítico p/ ligação) $P_k \leq 60849,4 \text{ N}$
▪ Cortante:	$P_k \leq 102717,1 \text{ N}$
▪ Flecha:	$P_k \leq 20520 \text{ N}$

## D.7 Verificação do Pannel PRED para as Condições de Laboratório

Neste painel, as cinco peças de madeira foram do lote 1, cujas propriedades podem ser vistas no item D.1. Tratando-se de um painel com diversas nervuras, como visto anteriormente, é definida uma seção transversal “T” para o dimensionamento, a qual está representada na Figura D.08.

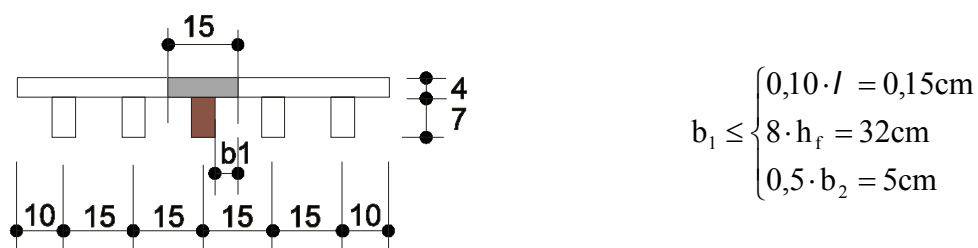


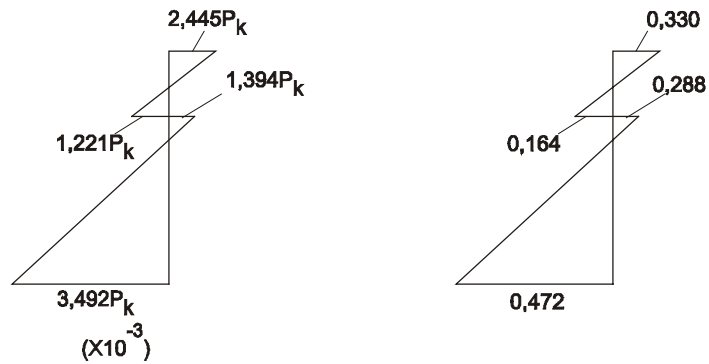
FIGURA D.08 – Representação da largura efetiva da laje

TABELA D.19 – Resumo dos valores das etapas de cálculo (PRED)

	Concreto	Madeira (lote 1)
Seção (mm <sup>2</sup> )	6000	3500
Inércia (mm <sup>4</sup> )	8,00 · 10 <sup>5</sup>	1,429 · 10 <sup>6</sup>
Estado Limite Utilização K <sub>serv</sub> = 11471 N/mm		
y <sub>c</sub> , y <sub>w</sub>	0,231	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	36,20	18,80
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	8,968 · 10 <sup>10</sup>	
Estado Limite Último K <sub>u</sub> = 9626 N/mm		
y <sub>c</sub> , y <sub>w</sub>	0,167	1,0
a <sub>c</sub> , a <sub>w</sub> (mm)	39,98	15,02
(EI) <sub>ef</sub> (N.mm <sup>2</sup> )	7,896 · 10 <sup>10</sup>	

TABELA D.20 – Resumo dos esforços internos na estrutura (PRED-E.L.U.)

	Carga concentrada	Carga distribuída
Carregamento de cálculo	$P_k$	0,38 N/mm
Momento fletor (N.mm)	$375 \cdot P_k$	50625
$\sigma_{1c}$ (MPa)	$0,612 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,083
$\sigma_{mc}$ (MPa)	$1,833 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,247
$\sigma_{1w}$ (MPa)	$1,049 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,142
$\sigma_{mw}$ (MPa)	$2,443 \cdot 10^{-3} \cdot P_k$	0,330
$V_k$ (N)	$0,5 \cdot P_k$	99,1
Força no conector $F_1$ (N)	$0,37 \cdot P_k$	191,8
$\tau$ (MPa)	$0,000233 \cdot V_k$	



(a) carga concentrada

(b) carga distribuída

FIGURA D.09 - Diagrama de tensões normais (MPa)

TABELA D.21 - Identificação da carga limite

▪ Madeira:	borda inferior $P_k \leq 22390,6 \text{ N}$ borda superior $P_k \leq 43243,9 \text{ N}$
▪ Concreto:	borda superior $P_k \leq 8883,4 \text{ N}$
▪ Ligação:	parafuso $R_{1,k} \leq 17101,4 \text{ N}$ concreto $R_{1,k} \leq 10190,9 \text{ N}$ madeira $R_{1,k} \leq 8471,7 \text{ N}$ (crítico p/ ligação) $P_k \leq 22628,6 \text{ N}$
▪ Cortante:	$P_k \leq 62133,4 \text{ N}$
▪ Flecha:	$P_k \leq 9400 \text{ N}$